Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Горбунов Алексей Александрович
Должность: Заместитель начальника университета по учебной работе
Дата подписания: 01.08.2025 15:46:16
Уникальный программный ключ:
286e49ee1471d400cc1f45539d51ed7bbf0e9cc7

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математическое моделирование динамических систем

Специалитет по направлению подготовки
20.05.01 Пожарная безопасность
Специализация
«Государственный пожарный надзор»

Санкт-Петербург

1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

овладение методами математического познания и методологией работы с математическими объектами в контексте их применения для решения профессионально-ориентированных задач в области пожарной безопасности.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

Компетенции	Содержание
ОПК-3	Способен решать прикладные задачи в области обеспечения пожарной безопасности, охраны окружающей среды и экологической безопасности используя теорию и методы фундаментальных наук

Задачи дисциплины:

– формирование представлений об основных понятиях уравнений математической физики на основе положений, законов и методов естественных наук и математики и возможностях их использования в области пожарной безопасности;

– формирование умений основных принципов построения математических моделей динамических систем для решения задач профессиональной деятельности в области предупреждения и ликвидации ЧС природного и техногенного характера.

2. Перечень планируемых результатов обучения дисциплины, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Знание основ высшей математики, физики, химии, электротехники, вычислительной техники и программирования ОПК-3.1.	Знает
	основные понятия основ высшей математики, физики, химии, электротехники, вычислительной техники и программирования для решения уравнений математической физики.
	Умеет
	классифицировать тип уравнения и тип краевых условий для решения прикладных задач в области обеспечения пожарной безопасности, охраны окружающей среды и экологической безопасности.
Умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и фундаментальных наук, общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования	Знает
	постановки основных краевых задач, основные методы их решения для разработки математических моделей динамических систем.

ОПК-3.2.	Умеет
	Решать стандартные задачи математической физики и анализировать полученные решения, учитывая оценки достоинств и недостатков.

3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к факультативной части основной профессиональной образовательной программы специалитета по направлению подготовки 20.05.01 Пожарная безопасность, специализация «Государственный пожарный надзор».

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы 72 часа.

4.1. Распределение трудоемкости учебной дисциплины по видам работ по семестрам и формам обучения

для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по семестрам
			7
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	**2**	**72**	**72**
Контактная работа		**36**	**36**
Лекции		8	8
Практические занятия		16	16
Лабораторные работы		12	12
консультации перед экзаменом			
Самостоятельная работа		**36**	**36**
Курсовая работа			
Зачет		+	+
Зачет с оценкой			
Экзамен			

для заочной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по курсам
			4
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	**2**	**72**	**72**
Контактная работа		**12**	**12**
Лекции		2	2

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по курсам
			4
Практические занятия		10	10
Лабораторные работы			
консультации перед экзаменом			
Самостоятельная работа		**60**	**60**
Курсовая работа			
Зачет		+	+
Зачет с оценкой			
Экзамен			

4.2. Тематический план, структурированный по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

для очной формы обучения

№ п/п	Наименования разделов и тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий				Контроль	Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Консультации		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	9
7 семестр								
1	Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения	12	2	2	**2**			6
2	Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны	12	2	4	2			4
3	Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны	10		2	2			6
4	Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа	18	2	4	2			10
5	Тема 5. Уравнение Фурье	20	2	4	4			10
	Зачет	**+**					**+**	
	Итого	**72**	**8**	**16**	**12**		**+**	**36**

заочная форма обучения

№ п/п	Наименования разделов и тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий				Контроль	Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Консультации		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	9
4 курс								
1	Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения	12	**2**					10
2	Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны	12		2				10
3	Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны	12		2				10
4	Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа	24		2				20
5	Тема 5. Уравнение Фурье	12		4				10
	Зачет	+					+	
	Итого	**72**	**2**	**10**			+	**60**

4.3. Содержание дисциплины для обучающихся:

очной формы обучения

Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения

Лекция. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка с частными производными. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям второго порядка с частными производными.

Практическое занятие. Решение задачи Штурма-Лиувилля.

Лабораторная работа. Исследование модели взаимодействия точечных световых пучков.

Самостоятельная работа. Основные принципы анализа математических моделей реальных систем.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2, 3].

Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны

Лекция. Постановка краевых задач для уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Формула Даламбера для решения уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Методы решения уравнения свободных колебаний ограниченной струны.

Практическое занятие. Решение уравнений гиперболического типа.

Лабораторная работа. Исследование уравнения свободных колебаний струны.

Самостоятельная работа. Анализ уравнения свободных колебаний струны. Выполнение расчетно-графической (контрольной) работы «Решение уравнений гиперболического типа».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны

Практическое занятие. Решение уравнений в частных производных.

Лабораторная работа. Исследование уравнения вынужденных колебаний струны.

Самостоятельная работа. Анализ и решение волновых уравнений. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений гиперболического типа».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа

Лекция. Постановка задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Формула Грина и её использование для нахождения решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле.

Практическое занятие. Решение краевых задач.

Лабораторная работа. Исследование уравнений эллиптического типа.

Самостоятельная работа. Анализ фундаментального решения уравнения Лапласа. Использование функции Грина для решения уравнения Лапласа. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений эллиптического типа».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 5. Уравнение Фурье

Лекция. Постановка краевых задач и методы решения для уравнения теплопроводности в неограниченном и ограниченном стержне.

Практическое занятие. Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.

Лабораторная работа. Исследование уравнений параболического типа.

Самостоятельная работа. Применение интегрального преобразования Фурье для решения уравнения теплопроводности. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений параболического типа».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

заочной формы обучения

Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения

Лекция. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка с частными производными. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям второго порядка с частными производными.

Самостоятельная работа. Решение задачи Штурма-Лиувилля. Исследование модели взаимодействия точечных световых пучков Основные принципы анализа математических моделей реальных систем.

Выполнение лабораторной работы «Исследование модели взаимодействия точечных световых пучков».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2, 3].

Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны

Практическое занятие. Решение уравнения свободных колебаний струны.

Самостоятельная работа. Постановка краевых задач для уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Формула Даламбера для решения уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Методы решения уравнения свободных колебаний ограниченной струны. Анализ уравнения свободных колебаний струны. Решение уравнений гиперболического типа. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений гиперболического типа».

Выполнение лабораторной работы «Исследование уравнения свободных колебаний струны».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны

Практическое занятие. Решение уравнения вынужденных колебаний струны.

Самостоятельная работа. Постановка краевых задач для уравнения вынужденных колебаний струны. Формула Даламбера для решения уравнения вынужденных колебаний струны. Анализ и решение волновых уравнений. Решение уравнений в частных производных. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений гиперболического типа».

Выполнение лабораторной работы «Исследование уравнения вынужденных колебаний струны».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа

Практическое занятие. Решение уравнений эллиптического типа.

Самостоятельная работа. Постановка задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Формула Грина и её использование для нахождения решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле.

Анализ фундаментального решения уравнения Лапласа. Использование функции Грина для решения уравнения Лапласа. Решение краевых задач. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений эллиптического типа».

Выполнение лабораторной работы «Исследование уравнений эллиптического типа».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 5. Уравнение Фурье

Практическое занятие. Решение уравнений параболического типа. **Самостоятельная работа.** Постановка краевых задач и методы решения для уравнения теплопроводности в неограниченном и ограниченном стержне.

Применение интегрального преобразования Фурье для решения уравнения теплопроводности. Решение уравнения теплопроводности методом Фурье. Выполнение контрольной (расчетно-графической) работы «Решение уравнений параболического типа».

Выполнение лабораторной работы «Исследование уравнений параболического типа».

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

При реализации программы дисциплины используются лекционные, практические и лабораторные занятия.

Общими целями занятий являются:

– обобщение, систематизация, углубление, закрепление теоретических знаний по конкретным темам дисциплины;
– формирование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
– выработка при решении поставленных задач профессионально значимых качеств: самостоятельности, ответственности, точности, творческой инициативы.

Целями лекции являются:
– формирование систематизированных научных знаний по дисциплине с акцентом на наиболее сложных вопросах построения математических моделей физических процессов и явлений;
– стимулирование активной познавательной деятельности обучающихся, способствующей формированию их творческого мышления.

В ходе практического занятия обеспечивается процесс активного взаимодействия обучающихся с преподавателем; приобретаются практические навыки и умения. Цель практического занятия: углубить и закрепить знания, полученные на лекции, формирование навыков использования знаний для решения практических задач; выполнение тестовых заданий по проверке полученных знаний и умений.

Целью лабораторного занятия является усвоение теоретических основ дисциплины и получение практических навыков исследования путем постановки, проведения, обработки и представления результатов эксперимента на основе практического использования различных методов (наблюдения, сравнения и др.), приобретения навыков опыта творческой деятельности.

Лабораторная работа – самостоятельное выполнение каждым обучающимся учебной группы экспериментального задания на лабораторном занятии. При ее проведении каждым обучающимся осуществляется самостоятельная обработка и представление результатов в виде отчета по лабораторной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях; выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний; подготовку к предстоящим занятиям; выполнение контрольных (расчётно-графических) работ.

6. Оценочные материалы по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины, проводится в соответствии с содержанием дисциплины по видам занятий в форме опроса, тестирования, защиты отчетов по лабораторным работам.

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине, проводится в форме зачета.

6.1. Примерные оценочные материалы:

6.1.1. Текущего контроля

Типовые вопросы для опроса:

1. Волновое уравнение в R^2
2. Уравнение теплопроводности в R^2
3. Оператор и уравнение Лапласа R^2
4. Двумерный оператор Лапласа в полярных координатах
5. Одномерное волновое уравнение с написанием начальных условий, замены переменных и указанием каждого параметра входящего в уравнение
6. Постановка задачи Штурма-Лиувилля: обыкновенное дифференциальное уравнение 2-го порядка, граничные условия (математическая форма записи, словесная формулировка)
7. Теорема о свойствах собственных чисел и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
8. Теорема Стеклова.
9. Идея нахождения общего ненулевого решения для ОДУ 2-го порядка методом Фурье.
10. Этапы общей схемы метода Фурье.
11. Общий вид уравнения параболического типа с граничными и начальными условиями, его метод решения
12. Математическая форма записи гиперболического уравнения и его словесная формулировка
13. Математическая форма записи эллиптического уравнения и его словесная формулировка
14. Математическая форма записи параболического уравнения и его словесная формулировка
15. Математическая форма записи и словесная формулировка краевой задачи
16. Определение устойчивого решения
17. Определение фундаментального решения
18. Описание физической модели взаимодействия встречных световых пучков с рисунком.
19. Идея метода «пристрелки» для решения краевых задач.
20. Алгоритм метода пристрелки (краткое описание).
22. Анализ графика решения по математической модели физического процесса взаимодействия встречных световых пучков (краткая физическая интерпретация графика функции по точке пересечения с осью Y).
25. Математическое условие задания реальных параметров модели взаимодействия встречных световых пучков для воздушной среды. К чему приводит существенное увеличение коэффициента ослабления?

26. Применение «жестких» систем.
27. Примеры физических задач на собственные значения
28. Суть метода пристрелки для решения задачи Штурма-Лиувилля.

Типовые задачи:

1. Бесконечная струна, имеющая волновой параметр a^2=4, в начальный момент времени отклонена, как на рис. 1. Значения U_0 и c принять равными единице. Найти профиль струны для моментов времени $\frac{c}{a}$, $\frac{2c}{a}$, $\frac{3a}{c}$, $\frac{4a}{c}$.

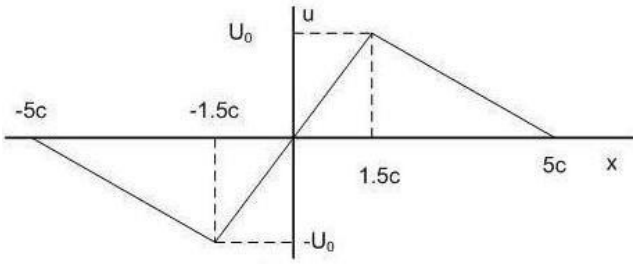

Рис. 1

2. Бесконечная неотклоненная струна, имеющая волновой параметр a^2=3, в начальный момент времени получает скорость, как показано на рис. 2. Значения V_0 и c принять равными 1. Найти профиль струны для моментов времени $\frac{c}{a}$, $\frac{2c}{a}$, $\frac{3a}{c}$, $\frac{4a}{c}$.

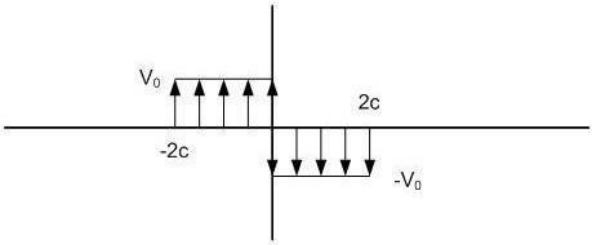

Рис. 2

3. Бесконечная струна (волновой параметр a^2=6) в начальный момент времени отклонена и получает скорость, как показано на рис. 3. Значения U_0, V_0 и c принять равными единице. Найти профиль струны для моментов времени $\frac{c}{a}$, $\frac{2c}{a}$, $\frac{3a}{c}$, $\frac{4a}{c}$.

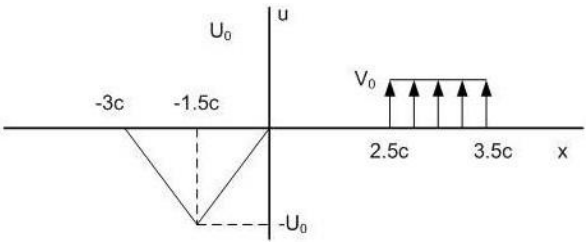

Рис. 3

4. Решить задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

4.1. $u_{xx}+u_{yy}=0$, $0<x<a$, $0<y<b$;
$u|_{x=0}=0$, $u_x|_{x=a}=0$, $0\le y\le b$;
$u|_{y=0}=0$, $u|_{y=b}=f(x)$, $0\le x\le a$.

4.2. $u_{xx}+u_{yy}=0$, $0<x<a$, $0<y<b$;
$u_x|_{x=0}=0$, $u_x|_{x=a}=0$, $0\le y\le b$;
$u|_{y=0}=A$, $u|_{y=b}=B$, $0\le x\le a$.

5. Решить задачи Дирихле и Неймана для круга и кольца:

5.1. $\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0$, $\rho>1$, $0\le\varphi\le 2\pi$;
$u|_{\rho=1}=\cos^2\varphi$, $0\le\varphi\le 2\pi$.

5.2. $\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0$, $0\le\rho<R$, $0\le\varphi\le 2\pi$;
$u_\rho|_{\rho=R}=\sin^2\varphi$, $0\le\varphi\le 2\pi$.

5.3. $\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0$, $1<\rho<2$, $0\le\varphi\le 2\pi$;
$u|_{\rho=1}=1+\cos^2\varphi$, $u|_{\rho=2}=\sin^2\varphi$, $0\le\varphi\le 2\pi$.

Типовые задания для тестирования:

Вопрос № 1. Какое из представленных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка относительно функции $u(x,y)$ является линейным?

1. $2xyu'_x-5u'_y-8x=0$.
2. $(u'_x)^2-u'_y-1=0$.
3. $2u'_x-uu'_y+y=0$.

Вопрос № 2. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения с частными производными первого порядка $xu'_x - y^2u'_y = 2$ относительно функции $u(x, y)$ имеют вид:

1. $\frac{dx}{x} = \frac{dy}{y^2} = \frac{du}{2}$.

2. $xdx = -\frac{dy}{y^2} = zdu$.

3. $\frac{dx}{x} = -\frac{dy}{y^2} = \frac{du}{2}$.

Вопрос № 3. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения с частными производными первого порядка $u'_x - 3u = 0$ относительно функции $u(x, y)$ при условии $u\big/_{x=0} = y^2$ представлено функцией

1. $u(x, y) = 2ye^{3x}$.

2. $u(x, y) = y^2e^{3x}$.

3. $u(x, y) = y^2e^{-3x}$.

Вопрос № 4. Какое из представленных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка относительно функции $u(x, t)$ называется уравнением Хопфа?

1. $u'_t + u'_x = 0$.

2. $u'_t + uu'_x = 0$.

3. $u'_t + uu'_x = 1$.

Вопрос № 5. При каком условии линейное дифференциальное уравнение с частными производными второго порядка

$u(x, y)u''_{xx} + 2b(x, y)u''_{xy} + c(x, y)u''_{yy} + F(u'_x, u'_y, u, x, y) = 0$ относительно функции $u(x, y)$ имеет гиперболический тип?

1. $(b(x, y))^2 - a(x, y)c(x, y) = 0$.

2. $(b(x,y))^2 - a(x,y)c(x,y) \langle 0$.

3. $(b(x,y))^2 - a(x,y)c(x,y) \rangle 0$.

Вопрос № 6. Какое из представленных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка относительно функции $u(x,y)$ не является уравнением эллиптического типа?

1. $u''_{xx} + a^2 u''_{yy} = 0$.

2. $u''_{xx} = a^2 u''_{yy}$.

3. $u''_{xx} + u''_{yy} - f(x,y) = 0$.

Вопрос №7. Линией параболичности дифференциального уравнения с частными производными второго порядка $u''_{xx} - 2xu''_{xy} + yu''_{yy} + 5x = 0$ относительно функции $u(x,y)$ является

1. Окружность.

2. Ветвь гиперболы.

3. Парабола.

Вопрос № 8. Уравнение характеристик для дифференциального уравнения с частными производными второго порядка $a(x,y)u''_{xx} + 2b(x,y)u''_{xy} + c(x,y)u''_{yy} + F(u'_x, u'_y, u, x, y) = 0$ относительно функции $u(x,y)$ имеет вид:

1. $a(x,y)(dy)^2 - 2b(x,y)dxdy + c(x,y)(dx)^2 = 0$.

2. $a(x,y)(dx)^2 - 2b(x,y)dxdy + c(x,y)(dy)^2 = 0$.

3. $a(x,y)(dy)^2 - b(x,y)dxdy + c(x,y)(dx)^2 = 0$.

Вопрос № 9. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения с частными производными второго порядка $u''_{yy} = 2$ относительно функции $u(x,y)$ при условиях $u\big/_{y=0} = 1$, $u'_y\big/_{y=0} = x$ представлено функцией

1. $u(x,y) = 1 + y^2$.

2. $u(x,y)=1+xy+y^2$.

3. $u(x,y)=1+xy$.

Вопрос № 10. Задача о стационарном тепловом состоянии рассматривается с помощью исследования

1. Волнового уравнения.

2. Уравнения теплопроводности.

3. Уравнения Лапласа.

Вопрос № 11. Какое из перечисленных уравнений описывает вынужденные колебания струны?

1. $u''_{tt}-a^2u''_{xx}=0$.

2. $u''_{tt}-a^2u''_{tt}=f(x,t)$.

3. $u'_t-a^2u''_{xx}=f(x,t)$.

Вопрос № 12. Какой вид примет уравнение теплопроводности в однородном стержне, если коэффициент внутренней теплопроводности $k=0{,}5$, теплоемкость вещества $c=1$, плотность вещества $\rho=2$?

1. $u'_t=\frac{1}{4}u''_{xx}$.

2. $u'_t=4u''_{xx}$.

3. $u'_t=\frac{1}{2}u''_{xx}$.

Вопрос № 13. Собственными числами задачи Штурма-Лиувилля $X''(x)+cX(x)=0$, $X(0)=X(2)=0$ являются числа

1. π^2n^2, $n=1,2,\ldots$,

2. $\frac{\pi^2n^2}{4}$, $n=1,2,\ldots$,

3. $4\pi^2n^2$, $n=1,2,\ldots$

Вопрос № 14. Метод разделения переменных решения уравнений математической физики также называется

1. Методом Дирихле.

2. Методом Пуассона.

3. Методом Фурье.

Вопрос № 15. В чем заключается физический смысл однородности граничных условий?

1. Граничные точки неподвижны.

2. Граничные точки подвижны.

3. Граничные точки меняют положение по заданным законам.

Вопрос № 16. Краевой задачей для уравнения математической физики называется

1. Задача Коши (задача с начальными условиями).

2. Задача с граничными условиями.

3. Задача с начальными и граничными условиями.

Вопрос № 17. Какой вид имеет формула Даламбера решения уравнения свободных колебаний бесконечной струны: $u_{tt}'' = 4u_{xx}''$, $u(x,0) = x^2$, $u_t'(x,0) = \cos x$?

1. $u(x,t) = \dfrac{(x-t)^2 + (x+t)^2}{2} + \int\limits_{x-t}^{x+t} \cos z dz$.

2. $u(x,t) = \dfrac{(x-2t)^2 + (x+2t)^2}{2} + \int\limits_{x-2t}^{x+2t} \cos z dz$.

3. $u(x,t) = \dfrac{(x-2t)^2 + (x+2t)^2}{2} + \int\limits_{x-2t}^{x+2t} \cos^2 z dz$.

Вопрос № 18. В каком случае возникает явление прямой и обратной волны при свободных колебаниях бесконечной струны?

1. Начальный импульс равен нулю.

2. Начальное смещение равно нулю.

3. Оба начальные условия ненулевые.

Вопрос № 19. Общее решение уравнения свободных колебаний ограниченной струны

$u''_{tt} = 9u''_{xx}$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$ представимо в виде:

1. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} (An\cos 3nt + Bn\sin 3nt)\sin nx$.

2. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} (An\cos nt + Bn\sin nt)\sin nx$.

3. $u(x,y) = \sum_{n=1}^{\infty} (An\cos 3nt + Bn\sin 3nt)\sin \pi nx$.

Вопрос № 20. Какой вид имеет формула Даламбера решения уравнения вынужденных колебаний бесконечной струны: $u''_{tt} = u''_{xx} + xt$, $u(x,0) = \sin x$, $u'_t(x,0) = xe^{-x^2}$?

1. $u(x,t) = \frac{\sin(x-t)+\sin(x+t)}{2} + \frac{1}{2}\int_{x-t}^{x+t} ze^{-z^2}dz + \frac{1}{2}\int_0^t \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \}\pi d\}d\tau$.

2. $u(x,t) = \frac{\sin(x-t)+\sin(x+t)}{2} + \frac{1}{2}\int_0^t \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \}\pi d\}d\tau$.

3. $u(x,t) = \frac{\sin(x-t)+\sin(x+t)}{2} + \int_{x-t}^{x+t} ze^{-z^2}dz + \int_0^t \int_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \}\pi d\}d\tau$

Вопрос № 21. При решении методом Фурье уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной с обоих концов, необходимо

1. Искать решение как сумму свободного колебательного движения и чисто вынужденного колебательного движения.

2. Непосредственно применять метод Фурье для нахождения решения исходного уравнения.

3. Искать решение только соответствующего однородного уравнения (уравнения свободных колебаний ограниченной струны).

Вопрос № 22. В случае колебаний струны под действием гармонически колеблющейся вынуждающей силы явление резонанса возникает, если

1. Частота вынуждающей силы не совпадает ни с одной из частот собственных колебаний струны.

2. Частота вынуждающей силы приближается к одной из частот собственных колебаний струны.

3. Частота вынуждающей силы равна одной из частот собственных колебаний струны.

Вопрос № 23. При каких соотношениях между параметрами a,b,c функция $u(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$ является гармонической?

1. $a=b$.

2. $a=-c$.

3. $a+b+c=0$, $b\neq 0$.

Вопрос № 24. Краевая задача Неймана для уравнения Лапласа $\Delta u=0$, где функция $u(\mathrm{M})$ задана в области, ограниченной поверхностью (S), имеет вид:

1. $\left(\dfrac{\partial u}{\partial n}+u\right)\Big/(S)=\varphi(\mathrm{M})$.

2. $u/(S)=\varphi(\mathrm{M})$.

3. $\dfrac{\partial u}{\partial n}\Big/(S)=\varphi(\mathrm{M})$.

Вопрос № 25. Уравнение Лапласа на плоскости в полярной системе координат представимо в виде:

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial\rho^2}+\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial^2 u}{\partial\rho\partial\varphi}+\dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}=0$.

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial\rho^2}+\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial u}{\partial\rho}+\dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}=0$.

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial\rho^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial\varphi^2}=0$.

Вопрос № 26. Функцию $u(\rho,\varphi)$, гармоническую вне круга радиуса *a* с заданным условием на его границе, следует искать по формуле:

1. $u(\rho,\varphi)=A_0+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{a}{\rho}\right)^n(A_n\cos n\varphi+B_n\sin n\varphi)$.

2. $u(\rho,\varphi) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\rho}{a}\right)^n (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi)$.

3. $u(\rho,\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{\rho}\right)^n (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi)$.

Вопрос № 27. Какое граничное условие в краевой задаче для уравнения теплопроводности в однородном стержне соответствует лучеиспусканию в окружающую среду заданной температуры?

1. $u(0,t) = 0$.

2. $u(0,t) = \varphi(t) \neq 0$.

3. $u'_x(0,t) + h(u(0,t) - u_0) = 0$.

Вопрос № 28. Какое физическое явление нельзя описать с помощью уравнения теплопроводности?

1. Фильтрацию жидкости и газа в пористой среде.

2. Стационарное тепловое состояние объекта.

3. Диффузию взвешенных частиц в движущейся среде.

Вопрос № 29. Решение уравнения теплопроводности в однородном стержне задается интегралом Пуассона, если

1. Стержень ограничен с одного конца.

2. Стержень ограничен с обоих концов.

3. Стержень неограничен.

Вопрос № 30. Общее решение уравнения теплопроводности $u'_t = a^2 u''_{xx}$ в однородном стержне длиной *l*, на концах которого поддерживается нулевая температура, имеет вид:

1. $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{\frac{-a^2\pi^2n^2}{l^2}t} \sin\frac{\pi n}{l}x$.

2. $u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-a^2n^2t} \sin \pi n x$.

3. $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{\frac{-a^2\pi^2n^2}{l^2}t}\sin nx$.

Ответы к тестам

№ вопроса	Ответы	№ вопроса	Ответы
1	1	16	3
2	3	17	2
3	2	18	1
4	2	19	1
5	3	20	3
6	2	21	1
7	3	22	2
8	1	23	2
9	2	24	3
10	3	25	2
11	2	26	1
12	1	27	3
13	2	28	2
14	3	29	3
15	1	30	1

Примерная тематика расчетно-графических (контрольных) работ:

1. Решение уравнений гиперболического типа.
2. Решение уравнений эллиптического типа.
3. Решение уравнений параболического типа.

6.1.2. Промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов, выносимых на зачет

Теоретические вопросы

1. Математические модели физических процессов. Основные уравнения математической физики.
2. Классификация уравнений в частных производных первого порядка.
3. Поперечные малые колебания струны.
4. Задача о распространении тепла.
5. Задача о движении несжимаемой жидкости. Процесс обтекания.
6. Классификация дифференциальных уравнений 2-го порядка в частных производных.

7. Дифференциальные уравнения эллиптического типа и физические процессы, приводящие к ним.
8. Дифференциальные уравнения гиперболического типа и физические процессы, приводящие к ним.
9. Дифференциальные уравнения параболического типа и физические процессы, приводящие к ним.
10. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными.
11. Метод характеристик.
12. Постановка краевых задач математической физики.
13. Граничные и начальные условия. Виды граничных условий.
14. Классификация краевых задач. Задача Коши.
15. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Задача Дирихле.
16. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Задача Неймана.
17. Смешанная задача для уравнений гиперболического типа
18. Смешанная задача для уравнений параболического типа.
19. Метод разделения переменных.
20. Формула Грина.
21. Гармонические функции.
22. Свойства гармонических функций.
23. Фундаментальные решения и функции Грина.
24. Метод функций Грина.
25. Построение функций Грина на плоскости и в пространстве.
26. Построение функций Грина в пространстве.
27. Решение задачи Дирихле для некоторых областей.
28. Метод Фурье-преобразований.
29. Разделение переменных в методе Фурье для уравнения теплопроводности.
30. Решение основных краевых задач методом Фурье.
31. Метод распространения волн.
32. Волновое уравнение. Формула Даламбера.
33. Волновое уравнение. Метод Пуассона.
34. Свободные колебания. Метод суперпозиции.
35. Свободные колебания струны.
36. Общая схема метода Фурье.
37. Вынужденные колебания. Формула Пуассона.
38. Уравнение колебаний в пространстве. Задача Коши.
39. Интегральное представление решения в неограниченном пространстве.
40. Особенности решения задачи Коши на плоскости.
41. Колебания ограниченных объемов.
42. Особенности задачи Штурма-Лиувилля.
43. Постановка и решение основных задач для уравнения теплопроводности.
44. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.
45. Принципы максимума и минимума.
46. Фундаментальное решение задачи Коши.
47. Интегральное представление решения задачи Коши.

48. Метод Фурье для неоднородных дифференциальных уравнений параболического типа.
49. Неоднородные дифференциальные уравнения параболического типа. Функции источника.
50. Неоднородные дифференциальные уравнения параболического типа. Общий случай.
51. Идея метода «пристрелки» для решения краевых задач.
52. Алгоритм метода пристрелки.
53. Суть метода «пристрелки» для решения задачи Штурма-Лиувилля.
54. Описание физической модели взаимодействия встречных световых пучков с рисунком. Анализ графика решения по математической модели физического процесса взаимодействия встречных световых пучков (краткая физическая интерпретация графика функции по точке пересечения с осью Y).
55. Математическое условие задания реальных параметров модели взаимодействия встречных световых пучков для воздушной среды. Последствия существенного увеличения коэффициента ослабления.
56. Применение «жестких» систем.

6.2. Шкала оценивания промежуточной аттестации и критерии выставления оценок

Промежуточная аттестация: зачет

Форма контроля	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Оценка
зачет	правильность и полнота ответа	выставляется, если обучающимся дан правильный ответ на поставленный вопрос, показаны совокупность базовых знаний по дисциплине и владение необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий (при наличии); могут быть допущены недочеты при ответе на вопросы, исправленные самостоятельно.	зачтено
		выставляется, если обучающийся непоследователен и сбивчив в изложении материала, не обладает определенной системой знаний по дисциплине, не в полной мере владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических заданий (при наличии), дополнительные и уточняющие вопросы не приводят к коррекции ответа на вопрос.	не зачтено

7. Ресурсное обеспечение дисциплины

7.1. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения:

1. Astra Linux Common Edition, Операционная система общего назначения, номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных – 4433, лицензия на право пользования № 217800111-ore-2.12-client-6196.
2. Р7-Офис. Профессиональный. Пакет офисных программ общего назначения, номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных – 5256, свободный доступ.

7.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Сервер органов государственной власти Российской Федерации http://россия.рф/ , свободный доступ;
2. Портал открытых данных Российской Федерации https://data.gov.ru/ , свободный доступ;
3. Федеральный портал «Российское образование» http://www.edu.ru , свободный доступ;
4. Система официального опубликования правовых актов в электронном виде http://publication.pravo.gov.ru , свободный доступ;
5. Федеральный портал «Совершенствование государственного управления» https://ar.gov.ru , свободный доступ;
6. Электронная библиотека университета http://elib.igps.ru , авторизованный доступ;
7. Электронно-библиотечная система «ЭБС IPR BOOKS» http://www.iprbookshop.ru , авторизованный доступ.
8. Электроно-библиотечная система "Лань" https://e.lanbook.com , авторизованный доступ.

7.3. Литература

Основная:

1. Русак, Валентин Николаевич. Математическая физика [Текст]: учебное пособие: [гриф Мин. обр.] / В. Н. Русак, 2006. – 248 с.
2. Пашуева, И. М. Уравнения математической физики : учебное пособие / И. М. Пашуева, Н. Б. Ускова, А. Н. Шелковой. — Воронеж : Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2020. — 117 с. — ISBN 978-5-7731-0873-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/108189.html

3. Высшая математика: практикум по выполнению расчетно-графических работ: учебное пособие: [гриф МЧС] Трофимец Е.Н. [и др.] Издательство: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, 2022. – 448 с. Режим доступа: http://elib.igps.ru/?18&type=card&cid=ALSFR-d71539ed-bcfc-415a-b02d-97cf51ae0769&remote=false

Дополнительная:

1. Алашеева, Елена Александровна. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Алашеева Е. А., 2016. – 162 с. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71896.html
2. Павленко, Алексей Николаевич. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Павленко А. Н., 2013. – 100 с. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30134.html
3. Калинина, Елена Сергеевна. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст] : учебное пособие / Е. С. Калинина, А. В. Сайфудинова ; ред. Э. Н. Чижиков, 2017. - 248 с. Режим доступа: http://elib.igps.ru/?112&type=card&cid=ALSFR-d4cbd95a-5cfc-41a4-9abc-88095eed5606&remote=false

7.4. Материально-техническое обеспечение

Для проведения и обеспечения занятий используются помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: автоматизированное рабочее место преподавателя, маркерная доска, мультимедийный проектор, посадочные места обучающихся.

Для проведения лабораторных работ используется лаборатория вычислительной техники.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

Автор: кандидат педагогических наук, доцент Трофимец Е.Н.