

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Горбунев Алексей Александрович

Должность: Заместитель начальника университета по учебной работе

Дата подписания: 12.07.2024 12:04:43

Уникальный программный ключ:

286e49ee1471d400cc1f45539d51ed7bbf0e9cc7

**ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России»**

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ИНТЕГРАЛЬНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

**Специалитет по специальности**

**10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем**

**Специализация «Анализ безопасности информационных систем»**

**Санкт-Петербург**

## 1. Цель и задачи дисциплины

### Цель освоения дисциплины:

– овладение методами математического познания и методологией работы с математическими объектами для решения профессионально-ориентированных задач в области обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем.

### Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

Компетенции	Содержание
ОПК-3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

### Задачи дисциплины:

– формирование навыков, связанных со способностью применения основных положений, законов, теорем и методов теории дифференциальных и интегральных уравнений для решения задач профессиональной деятельности в области обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем;

– формирование умений, связанных со способностью применения фундаментальных понятий, методов, формул и теорем теории дифференциальных и интегральных уравнений при решении типовых задач в области профессиональной деятельности.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3.1. Применяет основные понятия и законы естественных наук, методы математического анализа и моделирования; основные методы теоретического и экспериментального исследования объектов, процессов и явлений.	<b>Знает</b> основные понятия и законы дифференциальных и интегральных уравнений; методы математического анализа и моделирования. <b>Умеет</b> на основе полученных знаний самостоятельно применять основные понятия и законы дифференциальных и интегральных уравнений, методы математического анализа и моделирования для решения профессионально-ориентированных задач.
ОПК-3.2. Использует физико-математический аппарат для разработки математических моделей явлений, процессов и объектов при решении инженерных задач в профессиональной деятельности; применять методы математического анализа и моделирования	<b>Знает</b> особенности математического аппарата дифференциальных и интегральных уравнений для разработки математических моделей явлений, процессов и объектов при решении инженерных задач в профессиональной деятельности.

для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.	<b>Умеет</b> применять методы математического анализа; дифференциальных и интегральных уравнений; моделирования для обоснования принятия решений в профессиональной деятельности.
ОПК-3.3. Демонстрирует способности проведения экспериментов по заданной методике и анализа их результатов.	<b>Умеет</b> использовать знания дифференциальных и интегральных уравнений для проведения экспериментов по заданной методике и анализа их результатов <b>Владет</b> навыками проведения экспериментов по заданной методике и анализа их результатов

### 3. Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Интегральные и дифференциальные уравнения» относится к обязательной части, образовательной программы специалитета по специальности **10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем**, специализация - **Анализ безопасности информационных систем**.

### 4. Структура и содержание дисциплины

Дисциплина «Интегральные и дифференциальные уравнения» реализуется:

Для очной формы обучения в рамках обязательной части образовательной программы в объеме 144 академических часа (4 зачетных единицы).

#### 4.1. Распределение трудоемкости учебной дисциплины по видам работ по семестрам для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по семестрам
			3
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	<b>4</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
Контактная работа, в том числе:		<b>56</b>	<b>56</b>
<b>Аудиторные занятия</b>		<b>54</b>	<b>54</b>
Лекции (Л)		20	20
Практические занятия (ПЗ)		34	34
Консультации перед экзаменом		2	2
<b>Самостоятельная работа (СРС)</b>		<b>52</b>	<b>52</b>
<b>Экзамен</b>		36	36

**4.2. Тематический план, структурированный по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий для очной формы обучения**

№ п/п	Наименование тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий				Контроль	Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Консультация		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Дифференциальные уравнения первого порядка	14	2	4				8
2	Дифференциальные уравнения высших порядков	14	2	4				8
3	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	16	2	6				8
4	Системы дифференциальных уравнений	16	2	8				6
5	Понятие об интегральных уравнениях	16	4	4				8
6	Интегральные уравнения Фредгольма	14	4	4				6
7	Интегральные уравнения Вольтерра	16	4	4				8
	<b>Консультация</b>	2				2		
	<b>Экзамен</b>	36					36	
	<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>20</b>	<b>34</b>		<b>2</b>	<b>36</b>	<b>52</b>

**4.3. Содержание дисциплины для очной формы обучения в 3 семестре:**

**Раздел 1. Дифференциальные уравнения**

**Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка**

**Лекции.** Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ) 1-го порядка. Задача Коши, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности. Общее решение. Понятие об особых решениях.

ДУ с разделяющимися переменными, однородные, линейные и к ним приводящиеся. ДУ в полных дифференциалах. Понятие об интегрирующем множителе. ДУ Лагранжа и Клеро.

**Практическое занятие.** Методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка.

**Практическое занятие.** Практико-ориентированные задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям 1-го порядка и их системам.  
**Самостоятельная работа.** ДУ с разделяющимися переменными. ДУ Лагранжа и Клеро. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка. Выполнение расчетно-графической (контрольной) работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка».

**Рекомендуемая литература:**

основная [1, 2];

дополнительная [1-3].

## **Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков**

**Лекция.** Понятие о ДУ  $n$ -го порядка. Задача Коши, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности. Частное и общее решение ДУ  $n$ -го порядка. ДУ вида:  $y^{(n)} = f(x)$ . ДУ вида:  $F(x, y', y'') = 0$ . ДУ вида:  $F(y, y', y'') = 0$ .

**Практическое занятие.** Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка, однородные относительно искомой функции и ее переменных.

**Практическое занятие.** Практико-ориентированные задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям высших порядков. Задача Коши.

**Самостоятельная работа.** Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Решение ДУ высших порядков. Выполнение расчетно-графической (контрольной) работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков».

**Рекомендуемая литература:**

основная [1, 2];

дополнительная [1-3].

## **Тема 3. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков**

**Лекции.** Понятие о линейной зависимости и независимости решений ДУ. Теорема о структуре общего решения линейного однородного ДУ. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ.

Линейные однородные ДУ (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами. Линейные ДУ, приводящиеся к ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

**Практическое занятие.** Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

**Практическое занятие.** Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -ного порядка с постоянными коэффициентами.

**Самостоятельная работа.** Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка. Решение линейных дифференциальных уравнений высших порядков.

**Рекомендуемая литература:**

основная [1, 2];

дополнительная [1-3].

#### **Тема 4. Системы дифференциальных уравнений**

**Лекция.** Нормальные системы ДУ. Сведение к ДУ  $n$ -го порядка. Линейные системы ДУ, методы их решения.

**Практическое занятие.** Методы решения систем дифференциальных уравнений.

**Практическое занятие.** Решение задач по теме: «Системы дифференциальных уравнений».

**Самостоятельная работа.** Системы дифференциальных уравнений. Решение комплексных задач. Выполнение расчетно-графической (контрольной) работы «Системы дифференциальных уравнений».

**Рекомендуемая литература:**

основная [1, 2];

дополнительная [1-3].

### **Раздел 2. Интегральные уравнения**

#### **Тема 5. Понятие об интегральных уравнениях**

**Лекция.** Пространства  $L_2$ .

**Практическое занятие.** Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

**Самостоятельная работа.** Решение простейших интегральных уравнений.

**Рекомендуемая литература:**

основная [2];

дополнительная [1-3].

#### **Тема 6. Интегральные уравнения Фредгольма**

**Лекция.** Линейные интегральные преобразования. Линейные интегральные уравнения Фредгольма. Собственные значения и функции оператора Фредгольма.

**Практическое занятие.** Решение интегральных уравнений Фредгольма.

**Самостоятельная работа.** Решение комплексных задач.

**Рекомендуемая литература:**

основная [2];

дополнительная [1-3].

#### **Тема 7. Интегральные уравнения Вольтерра**

**Лекция.** Интегральные уравнения Вольтерра первого рода. Интегральные уравнения Вольтерра второго рода. Связь уравнений Вольтерра с уравнениями Фредгольма. Интегральные уравнения, содержащие параметр.

**Практическое занятие.** Решение интегральных уравнений Вольтерра.

**Самостоятельная работа.** Интегральные уравнения Вольтерра.

**Рекомендуемая литература:**

основная [2];

дополнительная [1-3].

## **5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины**

При реализации программы дисциплины используются лекционные и практические занятия.

Общими целями занятий являются:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление теоретических знаний по конкретным темам дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач профессионально значимых качеств: самостоятельности, ответственности, точности, творческой инициативы.

Целями лекции являются:

- формирование систематизированных научных знаний по дисциплине с акцентом внимания на наиболее сложных вопросах;
- стимулирование активной познавательной деятельности обучающихся, способствующей формированию их творческого мышления.

В ходе практического занятия обеспечивается процесс активного взаимодействия обучающихся с преподавателем; приобретаются практические навыки и умения. Цель практического занятия: углубить и закрепить знания, полученные на лекции, формирование навыков использования знаний для решения практических задач; выполнение тестовых заданий по проверке полученных знаний и умений.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях; выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний; подготовку к предстоящим занятиям; выполнение расчётно-графических (контрольных) работ.

Консультации проводятся перед экзаменами с целью обобщения пройденного материала и разъяснения наиболее трудных вопросов, возникающих у обучающихся при изучении дисциплины. Консультации проводятся преподавателем, ведущим занятия в учебной группе, и носят групповой характер.

## 6. Оценочные материалы по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины, проводится в соответствии с содержанием дисциплины по видам занятий в форме опроса, решения задач, тестирования, выполнения расчетно-графических (контрольных) работ, решения задач.

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине, проводится в форме экзамена.

### 6.1. Примерные оценочные материалы:

#### 6.1.1. Текущего контроля

##### Примерные вопросы для опроса:

1. Что называется дифференциальным уравнением первого порядка? Какие методы решения существуют для решения дифференциальных уравнений первого порядка?
2. Метод решения уравнения Лагранжа.
3. Метод решения уравнения Клеро.
4. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
5. Решение ДУ высших порядков.
6. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения 2 порядка.
7. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка.
8. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения 2 порядка.
9. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка.
10. Дайте определение системы дифференциальных уравнений.
11. Перечислите методы решения систем.
12. Какие уравнения называются интегральными уравнениями.
13. Методы решений простейших интегральных уравнений.
14. При каких условиях можно свести решение уравнения Фредгольма к решению дифференциального уравнения.
15. Сформулируйте методы решения интегральных уравнений Фредгольма.
16. Дайте определение Уравнению Фредгольма 2 рода
17. Перечислите методы решения уравнений Фредгольма.
18. Дайте определение уравнению Фредгольма 1 рода.
19. Дайте определение Уравнению Вольтерра 2 рода.
20. Перечислите методы решения уравнений Вольтерра.



**Примерные темы для расчетно-графических (контрольных) работ:**

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков.
3. Системы дифференциальных уравнений.

**Примерные задания для расчетно-графических (контрольных) работ:**

**Задания для расчетно-графических (контрольных) работ  
«Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка»**

Решить данные дифференциальные уравнения:

**Вариант 1**

1.  $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0, \quad y(0) = 1.$
2.  $y'(x+y-3)^2 = 1.$
3.  $x dy - y dx = y dy.$
4.  $y'x + 2y = 3x^2.$
5.  $x \frac{dy}{dx} + y - x \cos x = 0, \quad y(\pi) = 0.$
6.  $y' - \frac{2y}{x+1} = \frac{y^3}{(x+1)^2}.$
7.  $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$

**Вариант 2**

1.  $e^{-y}(1+y') = 1, \quad y(0) = 1.$
2.  $y' - 2 = \frac{1}{\sin^2(y-2x+3)}.$
3.  $y - xy' = x + yy'.$
4.  $(2x - y^2)dy = 2y dx.$
5.  $\cos y dx = (1 - x \sin y)dy, \quad y(0) = 0.$
6.  $y' + 2y \operatorname{ctg} x = y^2 \cos^2 x.$
7.  $(x+y)dx + (x+2y)dy = 0.$

**Задания для расчетно-графических (контрольных) работ  
«Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков»**

## Вариант 1

Решить данные дифференциальные уравнения:

1.  $y'' = \frac{\ln x}{x^2}$ ,  $y(1) = 0$ ,  $y'(1) = 1$ .

2.  $2y'' = 3y^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 1$ .

3.  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = -1$ .

4.  $y'' - 4y = (2x + 1)e^{-2x}$ .

5.  $y'' - 2y' + y = e^x \sin x$ .

6.  $y'' - 4y' + 8y = \sin 2x + 5x \cos 2x$ .

7.  $y''' - 6y'' + 10y' = 15x^2 + e^{-x}$ .

8.  $y'' + 4y' + 3y = \frac{1}{e^{3x} + e^{5x}}$ .

9. По данным корням характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения, найти это дифференциальное уравнение и записать его общее решение. Для соответствующего неоднородного уравнения с данной функцией  $f(x)$  в правой части записать общий вид частного решения неоднородного уравнения:

$$k_1 = 1, k_2 = -3, k_3 = 4, k_{4,5} = 1 \pm 4i$$

$$f(x) = (e^{2x} - 3e^{-2x})^2 + 2x \sin 2x + \cos x.$$

## Вариант 2

1.  $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$ .

2.  $2xy'y'' = (y')^2 - 1$ .

3.  $y'' - 6y' + 9y = 0$ ,  $y(0) = -2$ ,  $y'(0) = -1$ .

4.  $y'' + 2y' + y = e^{-x}$ .

5.  $2y'' + 3y' - 2y = (x - 1) \sin x$ .

6.  $y'' - y' + 10y = e^x \sin 2x$ .

7.  $y''' - y'' - 2y' = 2x - 1 + e^{2x}$ .

8.  $y'' - 4y' + 3y = \frac{8e^{4x}}{1 + 4e^{2x}}$ .

9. По данным корням характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения, найти это дифференциальное уравнение и записать его общее решение. Для

соответствующего неоднородного уравнения с данной функцией  $f(x)$  в правой части записать общий вид частного решения неоднородного уравнения:

$$k_1 = 2, k_2 = -2, k_3 = 0, k_{4,5} = 3 \pm 2i$$

$$f(x) = x(x + e^x + e^{2x}) + (e^x + e^{3x}) \cos 2x.$$

### **Задания для расчетно-графических (контрольных) работ «Системы дифференциальных уравнений»**

#### **Вариант 1**

1. Решить данную систему дифференциальных уравнений. Исследовать положение равновесия  $O(0;0)$  на устойчивость. Определить тип положения равновесия и изобразить фазовый портрет.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \frac{dy}{dt} + 7x + 5y = 0. \end{cases}$$

2. Убедиться, что  $O(0;0)$  - положение равновесия. Исследовать на устойчивость положение равновесия по первому приближению. Определить тип положения равновесия в окрестности точки  $O(0;0)$ .

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \ln(2y + e^{-3x}) - y \cos x, \\ \frac{dy}{dt} = \operatorname{tg}(2y - 2x) + y^2 - 3y. \end{cases}$$

#### **Вариант 2**

1. Решить данную систему дифференциальных уравнений. Исследовать положение равновесия  $O(0;0)$  на устойчивость. Определить тип положения равновесия и изобразить фазовый портрет.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x, \\ \frac{dy}{dt} + 3x + 5y = 0. \end{cases}$$

2. Убедиться, что  $O(0;0)$  - положение равновесия. Исследовать на устойчивость положение равновесия по первому приближению. Определить тип положения равновесия в окрестности точки  $O(0;0)$ .

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = e^{3x-2y} - \cos 2x - 2x + 3y, \\ \frac{dy}{dt} = \ln(3y - x^2 + 1) + \operatorname{tg}^2 x - x. \end{cases}$$

### Примерные задачи:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными  $y' - x^2 = 3$ .

2. Найти частное решение уравнения  $y' = \frac{2x}{y}$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1$ .

3. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка  $y' - \frac{7y}{x} = x^8$ .

4. Найти общее решение дифференциального уравнения третьего порядка  $y''' = \sin(x+2)$ .

5. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка  $y'' + \frac{y'}{x} = x^2$ .

6. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка  $y'' - \frac{3y'}{x} = 0$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1$ ,  $y'(1) = 4$ .

7. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка  $y'' - 4y' + 5y = 0$ .

8. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка  $y'' - 7y' = 20e^{5x}$ .

9. Найти общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения  $xy' + y = -xy^2$ .

10. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными  $xyy' = 1 - x^2$ .

11. Найти общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения  $yy' = \frac{1-2x}{y}$ .

12. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка  $xy' + y = y^2$ .

13. Решить уравнение  $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ .

14. Решить уравнение  $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$ .

15. Решить уравнение  $xy' - \frac{y}{x+1} = x$ .

16. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка  $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$ .

17. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка  $x(y' - y) = (1+x^2)e^x$ .

18. Решить уравнение  $xy' \ln x = y + \ln x$ .

19. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка  $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$ .

20. Решить уравнение  $y' + 2xy = 2xy^2$ .

### Примерные задания для тестирования:

**Вопрос 1.** Какое из перечисленных уравнений не является дифференциальным уравнением?

1)  $y' + ye^x = \operatorname{tg} 3x$

2)  $y = x^2 + 1$

3)  $2yy' = 1$

**Вопрос 2.** Сколько частных решений имеет уравнение  $xy' = y + x$ ?

1) 2

2) 7

3) бесконечное множество

**Вопрос 3.** Сколько общих решений имеет уравнение  $xy' = y$ ?

1) 1

2) 2

3) 100

**Вопрос 4.** Дифференциальное уравнение  $n$ -го порядка?

1) содержит  $n$  производных от первой производной до производной  $n$ -го порядка

2) не может содержать производную  $(n - 1)$ -го порядка

3) всегда содержит производную  $n$ -го порядка

**Вопрос 5.** Какое из перечисленных уравнений не является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?

1)  $y' = \frac{x+1}{xy}$

2)  $y' - \frac{2y}{x} = x^4$

3)  $y' = 10^{x-y}$

**Вопрос 6.** Какое из перечисленных уравнений не является уравнением в полных дифференциалах?

1)  $(2xy - 5)dx + (3y^2 + x^2)dy = 0$

2)  $xy' - y = x^3 \sin x$

3)  $(x - \cos y)dx + (x \sin y + \cos y)dy = 0$

**Вопрос 7.** Дано дифференциальное уравнение  $y' = (2k - 2)x^3$ , тогда функция  $y = x^4 - 3$  является его решением при  $k$ , равном

1) 0

2) 1

3) 2

**Вопрос 8.** Частным решением дифференциального уравнения  $y' = 2x$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y_0 = 1$ ,  $x_0 = 2$ , является

1)  $y = x^2 - 3$

2)  $y = x^2 + 1$

3)  $y = x^2$

**Вопрос 9.** Какие из перечисленных уравнений не являются дифференциальными уравнениями второго порядка?

1)  $y'' + 3y = 0$

2)  $y' + xy = x^2$

3)  $y' - y = y''$

**Вопрос 10.** Какой вид имеет дифференциальное уравнение второго порядка?

1)  $y^2 = f(x; y; y')$

2)  $F(x; y; y'; y'') = 0$

3)  $f(x; y; y') = 0$

**Вопрос 11.** Функция  $f(z)$  называется мероморфной, если она может быть представлена

1) в виде разности двух целых функций

2) в виде произведения двух целых функций

3) в виде частного двух целых функций

**Вопрос 12.** Изолированная особая точка  $z = a$  называется полюсом функции  $f(z)$ , если

- 1) предел этой функции в данной точке равен бесконечности
- 2) предел этой функции в данной точке равен нулю
- 3) предел этой функции в данной точке является вещественным

числом

**Вопрос 13.** Какой вид имеет общее решение дифференциального уравнения второго порядка?

- 1)  $y = \varphi(x; C_1; C_2)$
- 2)  $y = \varphi(x; C_1; C_2; C_3)$
- 3)  $y' = \varphi(x; C_1; C_2)$

**Вопрос 14.** Если характеристическое уравнение  $k^2 + pk + q = 0$  имеет два различных действительных корня, то общее решение уравнения  $y'' + py' + qy = 0$  имеет вид

- 1)  $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
- 2)  $y = C_1 e^{kx} + C_2 e^{kx}$
- 3)  $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

**Вопрос 15.** Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения  $y'' + 3y' = 0$

1.  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$
2.  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$
- 3)  $y = C_1 + C_2 e^{-3x}$

**Вопрос 16.** Общим решением дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = 0$  является

- 1)  $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$
- 2)  $y = C_1 e^x + C_2 x e^{3x}$
- 3)  $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

**Вопрос 17.** Дифференциальное уравнение семейства интегральных кривых  $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$  имеет вид

- 1)  $y'' - y' = 0$
- 2)  $y'' - y' + y = 0$
- 3)  $y'' + 2y' + y = 0$

**Вопрос 18.** Сходящиеся в себе последовательности называются

- 1) конечными
- 2) фундаментальными
- 3) функциональными

**Вопрос 19.** Функция  $f(z)$  комплексного переменного  $z$ , дифференцируемая в каждой точке области  $G$  плоскости комплексного переменного  $z$ , называется

- 1) аналитической
- 2) рестриктивной
- 3) фундаментальной

**Вопрос 20.** Функция  $f(z)$ , аналитическая во всей плоскости (исключая бесконечно удаленную точку), называется

- 1) целой
- 2) фундаментальной
- 3) конечной

### 6.1.2. Промежуточной аттестации

#### Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ) 1-го порядка.
2. Задача Коши, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности. Общее решение.
3. Понятие об особых решениях.
4. ДУ с разделяющимися переменными.
5. Однородные, линейные и к ним приводящиеся ДУ.
6. ДУ в полных дифференциалах. Понятие об интегрирующем множителе.
7. ДУ Лагранжа и Клеро.
8. Понятие о ДУ  $n$ -го порядка.
9. Задача Коши для ДУ  $n$ -го порядка, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности.
10. Частное и общее решение ДУ  $n$ -го порядка.
11. ДУ вида:  $y^{(n)} = f(x)$ .
12. ДУ вида:  $F(x, y', y'') = 0$ .
13. ДУ вида:  $F(y, y', y'') = 0$ .
14. Понятие о линейной зависимости и независимости решений.
15. Теорема о структуре общего решения линейного однородного ДУ.
16. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ.
17. Линейные однородные ДУ (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами.
18. Линейные ДУ, приводящиеся к ЛОДУ с постоянными коэффициентами Лиувилля.
19. Линейные неоднородные ДУ (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами.
20. Метод вариации произвольных постоянных.
21. Нормальные системы ДУ. Сведение к ДУ  $n$ -го порядка.



22. Линейные системы ДУ, методы их решения.
23. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.
24. Линейные интегральные преобразования.
25. Линейные интегральные уравнения Фредгольма.
26. Собственные значения и функции оператора Фредгольма.
27. Интегральные уравнения Вольтерра первого рода.
28. Интегральные уравнения Вольтерра второго рода.
29. Связь уравнений Вольтерра с уравнениями Фредгольма.
30. Интегральные уравнения, содержащие параметр.

## 6.2. Показатели и критерии оценивания промежуточной аттестации

### Промежуточная аттестация: экзамен

Форма контроля	Показатели оценивания	Критерии оценивания	Оценка
экзамен	правильность и полнота ответа	дан правильный, полный ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; могут быть допущены недочеты, исправленные самостоятельно в процессе ответа.	отлично
		дан правильный, недостаточно полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи; могут быть допущены недочеты, исправленные с помощью преподавателя.	хорошо
		дан недостаточно правильный и полный ответ; логика и последовательность изложения имеют нарушения; в ответе отсутствуют выводы.	удовлетворительно
		ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу; присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения; дополнительные и уточняющие вопросы не приводят к коррекции ответа на вопрос.	неудовлетворительно

## 7. Ресурсное обеспечение дисциплины

### 7.1. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения:

- SMath Studio [ПО-А68-516] - Программное обеспечение для вычисления математических выражений и построения графиков функций [Свободно распространяемое. Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 12849]

- МойОфис Образование [ПО-41В-124] - Полный комплект редакторов текстовых документов и электронных таблиц, а также инструментарий для работы с графическими презентациями [Свободно распространяемое. Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 4557]

- Astra Linux Common Edition релиз Орел [ПО-25В-603] - Операционная система общего назначения "Astra Linux Common Edition" [Коммерческая (Full Package Product). Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 4433]

## **7.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы**

1. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru> (свободный доступ).

2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>, доступ только после самостоятельной регистрации.

3. Научная электронная библиотека «eLIBRARY.RU» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/>, доступ только после самостоятельной регистрации.

4. Электронная библиотека университета <http://elib.igps.ru> (авторизованный доступ).

5. Электронно-библиотечная система «ЭБС IPR BOOKS» <http://www.iprbookshop.ru> (авторизованный доступ).

## **7.3. Литература**

### **Основная:**

1. Высшая математика: практикум по выполнению расчетно-графических работ: учебное пособие: [гриф МЧС] Трофимец Е.Н. [и др.] Издательство: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, 2022. – 448 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?18&type=card&cid=ALSFR-d71539ed-bcfc-415a-b02d-97cf51ae0769&remote=false>

2. Еременко, Сергей Петрович. Дифференциальные и интегральные уравнения [Текст]: учебное пособие: [гриф УМО] / С. П. Еременко, Е.С. Калинина, А. В. Сайфудинова; ред. Э. Н. Чижиков, 2019. - 224 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?29&type=card&cid=ALSFR-fd1613f9-1878-4a3f-92e5-3392343899d7&remote=false>

#### **Дополнительная:**

1. Калинина, Елена Сергеевна. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст]: учебное пособие / Е. С. Калинина, А.В. Сайфудинова; ред. Э. Н. Чижиков, 2017. - 248 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?112&type=card&cid=ALSFR-d4cbd95a-5cfc-41a4-9abc-88095eed5606&remote=false>
2. Теория и практика вычислений неопределенных и определенных интегралов [Текст]: учебное пособие: [гриф УМО] / С. П. Еременко [и др.]; ред. Э. Н. Чижиков, 2019. - 164 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?31&type=card&cid=ALSFR-d5238fe2-454d-497d-b5a6-4f23de76872a&remote=false>
3. Математические методы оптимизации процессов оперативного реагирования сил и средств МЧС России: учебное пособие: [гриф МЧС] Каменецкая Н.В. [и др.] Издательство: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, 2022. – 116 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?21&type=card&cid=ALSFR-3b185da9-9991-4aec-80b0-d72f53b2925b&remote=false>

#### **7.4. Материально-техническое обеспечение**

Для проведения и обеспечения занятий используются помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: автоматизированное рабочее место преподавателя, маркерная доска, мультимедийный проектор, посадочные места обучающихся.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

**Авторы:** д-р. техн. наук, доктор техн. наук, канд. физико-математических наук, профессор Волокобинский М.Ю.; канд. пед. наук, доцент Трофимец Е.Н.