Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский университет Государственной противопожарной службы МЧС России»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Уравнения математической физики

Специалитет по направлению подготовки
20.05.01 Пожарная безопасность
Специализация «Государственный пожарный надзор»

Санкт-Петербург

1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

овладение методами математического познания и методологией работы с математическими объектами в контексте их применения для решения профессионально-ориентированных задач в области пожарной безопасности.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

Компетенции	Содержание
ОПК-3	Способен решать прикладные задачи в области обеспечения пожарной безопасности, охраны окружающей среды и экологической безопасности используя теорию и методы фундаментальных наук

Задачи дисциплины:

– формирование представлений об основных понятиях уравнений математической физики на основе положений, законов и методов естественных наук и математики и возможностях их использования в области пожарной безопасности;

– формирование умений основных принципов построения математических и компьютерных моделей задач профессиональной деятельности для прогнозирования будущей ситуации и предоставлению основных рекомендаций по ведению деятельности в области предупреждения и ликвидации ЧС природного и техногенного характера.

2. Перечень планируемых результатов обучения дисциплины, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Знание основ высшей математики, физики, химии, электротехники, вычислительной техники и программирования ОПК-3.1.	Знает
	основные понятия основ высшей математики, физики, химии, электротехники, вычислительной техники и программирования для решения уравнений математической физики.
	Умеет
	классифицировать тип уравнения и тип краевых условий для решения прикладных задач в области обеспечения пожарной безопасности, охраны окружающей среды и экологической безопасности.
Умение решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и фундаментальных наук, общеинженерных знаний, методов	Знает
	постановки основных краевых задач, основные методы их решения для разработки базовой компьютерной модели

математического анализа и моделирования ОПК-3.2.	Умеет	
	Решать стандартные задачи математической физики при помощи компьютерной системы MathCad и анализировать полученные решения, учитывая оценки достоинств и недостатков.	
Владение навыками теоретического и экспериментального исследования окружающей среды и объектов профессиональной деятельности ОПК-3.3.	Знает	
	теорию дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка для решения прикладных задач в области обеспечения пожарной безопасности, охраны окружающей среды и экологической безопасности.	
	Умеет	
	исследовать гиперболические, эллиптические и параболические уравнения и применять их в профессиональной деятельности.	

3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к факультативной части основной профессиональной образовательной программы специалитета по направлению подготовки 20.05.01 Пожарная безопасность, специализация «Государственный пожарный надзор».

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы 72 часа.

4.1. Распределение трудоемкости учебной дисциплины по видам работ по семестрам и формам обучения

для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по семестрам
			8
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	**2**	**72**	**72**
Контактная работа, в том числе:		**36**	**36**
Аудиторные занятия		**36**	**36**
Лекции (Л)		8	8
Практические занятия (ПЗ)		16	16
Семинарские занятия (СЗ)			
Лабораторные работы (ЛР)		12	12
Самостоятельная работа (СРС)		**36**	**36**
в том числе:			

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по семестрам
			8
консультации перед экзаменом			
курсовая работа (проект)			
Зачет		+	+
Экзамен			

для заочной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по курсам
			5
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	**2**	**72**	**72**
Контактная работа, в том числе:		**12**	**12**
Аудиторные занятия		**12**	**12**
Лекции (Л)		2	2
Практические занятия (ПЗ)		10	10
Лабораторные работы (ЛР)			
Самостоятельная работа (СРС)		**60**	**60**
в том числе:			
консультации перед экзаменом			
Зачет		+	+

4.2. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименования разделов и тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий				Контроль	Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Консультации		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	9
8 семестр								
	Раздел 1. Уравнения математической физики и методы их решения							
1	Тема 1.	12	2	2	**2**			6

1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения							
	Раздел 2. Гиперболические уравнения							
2	Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны	12	2	4	2			4
3	Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны	10		2	2			6
	Раздел 3. Эллиптические уравнения							
4	Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа	18	2	4	2			10
	Раздел 4. Параболические уравнения							
5	Тема 5. Уравнение Фурье	20	2	4	4			10
	Зачет	+					+	
	Итого за 8 семестр	**72**	**8**	**16**	**12**		**+**	**36**

заочная форма обучения

№ п/п	**Наименования разделов и тем**	**Всего часов**	**Количество часов по видам занятий**				**Контроль**	**Самостоятельная работа**
			Лекции	**Практические занятия**	**Лабораторные занятия**	**Консультации**		
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	9
5 курс								
	Раздел 1. Уравнения математической физики и методы их решения							
1	Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения	12	**2**					10
	Раздел 2. Гиперболические уравнения							
2	Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны	12		2				10

1	2	3	4	5	6	7	8	9
3	Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны	12		2				10
	Раздел 3. Эллиптические уравнения							
4	Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа	24		4				20
	Раздел 4. Параболические уравнения							
5	Тема 5. Уравнение Фурье	12		2				10
	Зачет	+					+	
	Итого за 5 курс	**72**	**2**	**10**			+	**60**

4.3. Тематический план для обучающихся:

очной формы обучения

Раздел 1. Уравнения математической физики и методы их решения

Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения

Лекция. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка с частными производными. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям второго порядка с частными производными.

Практическое занятие. Исследование модели взаимодействия точечных световых пучков в MathCad.

Лабораторная работа. Решение задачи Штурма-Лиувилля в MathCad.

Самостоятельная работа. Основные принципы анализа математических моделей реальных систем.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Раздел 2. Гиперболические уравнения

Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны

Лекция. Постановка краевых задач для уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Формула Даламбера для решения уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Методы решения уравнения свободных колебаний ограниченной струны.

Практическое занятие. Решение уравнений гиперболического типа.

Лабораторная работа. Решение уравнения свободных колебаний струны в MathCad.

Самостоятельная работа. Анализ уравнения свободных колебаний струны.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны

Практическое занятие. Решение уравнений в частных производных.

Лабораторная работа. Решение уравнения вынужденных колебаний струны в MathCad.

Самостоятельная работа. Анализ и решение волновых уравнений.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Раздел 3. Эллиптические уравнения

Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа

Лекция. Постановка задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Формула Грина и её использование для нахождения решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле.

Практическое занятие. Решение краевых задач.

Лабораторная работа. Решение уравнений эллиптического типа в MathCad.

Самостоятельная работа. Анализ фундаментального решения уравнения Лапласа. Использование функции Грина для решения уравнения Лапласа.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Раздел 4. Параболические уравнения

Тема 5. Уравнение Фурье

Лекция. Постановка краевых задач и методы решения для уравнения теплопроводности в неограниченном и ограниченном стержне.

Практическое занятие. Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.

Лабораторная работа. Решение уравнений параболического типа в MathCad.

Самостоятельная работа. Применение интегрального преобразования Фурье для решения уравнения теплопроводности.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

заочной формы обучения

Раздел 1. Уравнения математической физики и методы их решения

Тема 1. Основные типы уравнений математической физики и классические методы их решения

Лекция. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям первого порядка с частными производными. Описание задач, приводящих к дифференциальным уравнениям второго порядка с частными производными.

Самостоятельная работа. Исследование модели взаимодействия точечных световых пучков в MathCad. Решение задачи Штурма-Лиувилля в MathCad. Основные принципы анализа математических моделей реальных систем.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Раздел 2. Гиперболические уравнения

Тема 2. Уравнения свободных колебаний струны

Практическое занятие. Решение уравнения свободных колебаний струны в MathCad.

Самостоятельная работа. Постановка краевых задач для уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Формула Даламбера для решения уравнения свободных колебаний бесконечной струны. Методы решения уравнения свободных колебаний ограниченной струны. Анализ уравнения свободных колебаний струны. Решение уравнений гиперболического типа.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 3. Уравнения вынужденных колебаний струны

Практическое занятие. Решение уравнения вынужденных колебаний струны в MathCad.

Самостоятельная работа. Постановка краевых задач для уравнения вынужденных колебаний струны. Формула Даламбера для решения уравнения вынужденных колебаний струны. Анализ и решение волновых уравнений. Решение уравнений в частных производных.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Раздел 3. Эллиптические уравнения

Тема 4. Уравнения Пуассона и Лапласа

Практическое занятие. Решение уравнений эллиптического типа в MathCad.

Самостоятельная работа. Постановка задач Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа. Формула Грина и её использование для нахождения решения уравнения Лапласа. Решение задачи Дирихле.

Анализ фундаментального решения уравнения Лапласа. Использование функции Грина для решения уравнения Лапласа. Решение краевых задач.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Раздел 4. Параболические уравнения

Тема 5. Уравнение Фурье

Практическое занятие. Решение уравнений параболического типа в MathCad.

Самостоятельная работа. Постановка краевых задач и методы решения для уравнения теплопроводности в неограниченном и ограниченном стержне.

Применение интегрального преобразования Фурье для решения уравнения теплопроводности. Решение уравнения теплопроводности методом Фурье.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

При реализации программы дисциплины используются лекционные, практические и лабораторные занятия.

Общими целями занятий являются:

– обобщение, систематизация, углубление, закрепление теоретических знаний по конкретным темам дисциплины;

– формирование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;

– выработка при решении поставленных задач профессионально значимых качеств: самостоятельности, ответственности, точности, творческой инициативы.

Целями лекции являются:

– формирование систематизированных научных знаний по дисциплине с акцентом на наиболее сложных вопросах построения математических моделей физических процессов и явлений;

– стимулирование активной познавательной деятельности обучающихся, способствующей формированию их творческого мышления.

В ходе практического занятия обеспечивается процесс активного взаимодействия обучающихся с преподавателем; приобретаются практические навыки и умения. Цель практического занятия: углубить и закрепить знания, полученные на лекции, формирование навыков использования знаний для решения практических задач; выполнение тестовых заданий по проверке полученных знаний и умений.

Целью лабораторного занятия является усвоение теоретических основ дисциплины и получение практических навыков исследования путем постановки, проведения, обработки и представления результатов эксперимента на основе практического использования различных методов (наблюдения, сравнения и др.), приобретения навыков опыта творческой деятельности.

Лабораторная работа – самостоятельное выполнение каждым обучающимся учебной группы экспериментального задания на лабораторном занятии. При ее проведении каждым обучающимся осуществляется самостоятельная обработка и представление результатов в виде отчета по лабораторной работе.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях, выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний, подготовку к предстоящим занятиям и промежуточной аттестации, на развитие творческого потенциала при написании рефератов.

6. Оценочные материалы по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины, проводится в соответствии с содержанием дисциплины по видам занятий в форме опроса, тестирования, защиты отчетов по лабораторным работам, написания рефератов.

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине, проводится в форме зачета.

6.1. Примерные оценочные материалы:

6.1.1. Текущего контроля

Примерные темы для рефератов:

1. Характер гладкости решений уравнений гиперболического типа.
2. Задача Гурса.
3. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов.
4. Функция Грина оператора Лапласа.
5. Задача Штурма – Лиувилля.
6. Метод потенциалов.
7. Вариационные методы.
8. Метод интегральных преобразований.

9. Метод конечных разностей.
10. Некорректно поставленные задачи.
11. Метод функций Грина.
12. Цилиндрические функции.
13. Сферические функции.
14. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка в частных производных.
15. Решение уравнений математической физики на основе теории тригонометрических рядов Фурье.
16. Распространение тепла в пространстве. Стационарное тепловое поле.
17. Описание потенциального течения жидкости с помощью уравнений математической физики.
18. Задача Дирихле для уравнения Пуассона.
19. Задача Неймана для уравнения Пуассона.
20. Уравнения Колмогорова для стохастических процессов.
21. Дифференциальные модели для стохастических процессов.
22. Смешанная задача для уравнения плотности акций.
23. Вычисление функции стоимости опциона из уравнения Блэка-Шоулса.
24. Уравнение Слуцкого в теории потребления.
25. Параболическое уравнение денежных накоплений.

Типовые вопросы для опроса:

1. Волновое уравнение в R^2
2. Уравнение теплопроводности в R^2
3. Оператор и уравнение Лапласа R^2
4. Двумерный оператор Лапласа в полярных координатах
5. Одномерное волновое уравнение с написанием начальных условий, замены переменных и указанием каждого параметра входящего в уравнение
6. Постановка задачи Штурма-Лиувилля: обыкновенное дифференциальное уравнение 2-го порядка, граничные условия (математическая форма записи, словесная формулировка)
7. Теорема о свойствах собственных чисел и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.
8. Теорема Стеклова.
9. Идея нахождения общего ненулевого решения для ОДУ 2-го порядка методом Фурье.
10. Этапы общей схемы метода Фурье.
11. Общий вид уравнения параболического типа с граничными и начальными условиями, его метод решения
12. Математическая форма записи гиперболического уравнения и его словесная формулировка

13. Математическая форма записи эллиптического уравнения и его словесная формулировка
14. Математическая форма записи параболического уравнения и его словесная формулировка
15. Математическая форма записи и словесная формулировка краевой задачи
16. Определение устойчивого решения
17. Определение фундаментального решения
18. Описание физической модели взаимодействия встречных световых пучков с рисунком.
19. Идея метода «пристрелки» для решения краевых задач в MathCad
20. Применение блока Given/Odesolve: why and when?
21. Алгоритм метода пристрелки (краткое описание)
22. Функция sbval: the use and syntax. Самая важная строка листинга при использовании функции sbval? Особенности алгоритма пристрелки в функции sbval?
23. Преимущества функции rkfixed?
24. Анализ графика решения по математической модели физического процесса взаимодействия встречных световых пучков (краткая физическая интерпретация графика функции по точке пересечения с осью Y) .
25. Математическое условие задания реальных параметров модели взаимодействия встречных световых пучков для воздушной среды. К чему приводит существенное увеличение коэффициента ослабления?
26. Применение «жестких» систем. Какой метод реализован в блоке Given/Odesolve для решения «жестких» систем? В чем недостаток MathCad для нахождения недостающих начальных условий для «жестких» краевых систем?
27. Примеры физических задач на собственные значения
28. Суть метода пристрелки для решения задачи Штурма-Лиувилля
29. Какие функции в MathCad используют для решения задач на собственные значения? В чем состоит особенность задания первого аргумента?
30. Какой функцией в MathCad пользуются для построения графика собственной функции?

Типовые задачи:

1. Бесконечная струна, имеющая волновой параметр a^2=4, в начальный момент времени отклонена, как на рис. 11. Значения U_0 и c принять равными единице. Найти профиль струны для моментов времени $\frac{c}{a}$, $\frac{2c}{a}$, $\frac{3a}{c}$, $\frac{4a}{c}$.

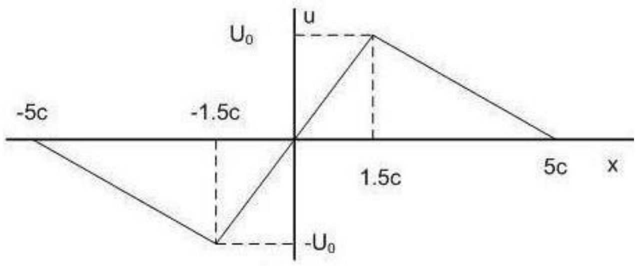

Рис. 1

2. Бесконечная неотклоненная струна, имеющая волновой параметр a^2=3, в начальный момент времени получает скорость, как показано на рис. 12. Значения V_0 и c принять равными 1. Найти профиль струны для моментов времени $\frac{c}{a}$, $\frac{2c}{a}$, $\frac{3a}{c}$, $\frac{4a}{c}$.

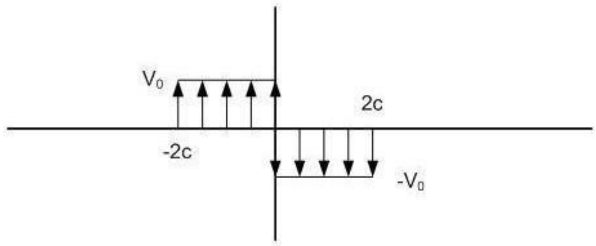

Рис. 2

3. Бесконечная струна (волновой параметр a^2=6) в начальный момент времени отклонена и получает скорость, как показано на рис. 13. Значения U_0, V_0 и c принять равными единице. Найти профиль струны для моментов времени $\frac{c}{a}$, $\frac{2c}{a}$, $\frac{3a}{c}$, $\frac{4a}{c}$.

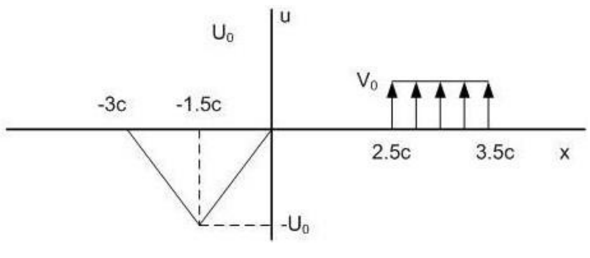

Рис. 3

4. Решить задачи для уравнения Лапласа в прямоугольнике:

4.1. $u_{xx} + u_{yy} = 0,\ 0 < x < a,$

$0 < y < b;$

$u\big|_{x=0} = 0,\ u_x\big|_{x=a} = 0,\quad 0 \le y \le b;$

$u\big|_{y=0} = 0,\ u\big|_{y=b} = f(x),\ 0 \le x \le a.$

4.2. $u_{xx} + u_{yy} = 0,\quad 0 < x < a,$

$0 < y < b;$

$u_x\big|_{x=0} = 0,\ u_x\big|_{x=a} = 0,\ 0 \le y \le b;$

$u\big|_{y=0} = A,\ u\big|_{y=b} = B,\ 0 \le x \le a.$

5. Решить задачи Дирихле и Неймана для круга и кольца:

5.1. $\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0, \quad \rho>1, \; 0\le\varphi\le 2\pi;$

$u\big|_{\rho=1}=\cos^2\varphi, \quad 0\le\varphi\le 2\pi.$

5.2. $\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0, \quad 0\le\rho<R, \; 0\le\varphi\le 2\pi;$

$u_\rho\Big|_{\rho=R}=\sin^2\varphi, \quad 0\le\varphi\le 2\pi.$

5.3. $\frac{\partial^2 u}{\partial \rho^2}+\frac{1}{\rho}\frac{\partial u}{\partial \rho}+\frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2}=0, \quad 1<\rho<2, \; 0\le\varphi\le 2\pi;$

$u\big|_{\rho=1}=1+\cos^2\varphi, \quad u\big|_{\rho=2}=\sin^2\varphi, \quad 0\le\varphi\le 2\pi.$

Типовые задания для тестирования:

Вопрос № 1. Какое из представленных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка относительно функции $u(x,y)$ является линейным?

1. $2xyu'_x-5u'_y-8x=0$.

2. $(u'_x)^2-u'_y-1=0$.

3. $2u'_x-uu'_y+y=0$.

Вопрос № 2. Уравнения характеристик для дифференциального уравнения с частными производными первого порядка $xu'_x-y^2u'_y=2$ относительно функции $u(x,y)$ имеют вид:

1. $\frac{dx}{x}=\frac{dy}{y^2}=\frac{du}{2}$.

2. $xdx=-\frac{dy}{y^2}=zdu$.

3. $\frac{dx}{x}=-\frac{dy}{y^2}=\frac{du}{2}$.

Вопрос № 3. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения с частными производными первого порядка $u'_x - 3u = 0$ относительно функции $u(x, y)$ при условии $u/_{x=0} = y^2$ представлено функцией

1. $u(x, y) = 2ye^{3x}$.

2. $u(x, y) = y^2 e^{3x}$.

3. $u(x, y) = y^2 e^{-3x}$.

Вопрос № 4. Какое из представленных дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка относительно функции $u(x, t)$ называется уравнением Хопфа?

1. $u'_t + u'_x = 0$.

2. $u'_t + uu'_x = 0$.

3. $u'_t + uu'_x = 1$.

Вопрос № 5. При каком условии линейное дифференциальное уравнение с частными производными второго порядка

$u(x, y)u''_{xx} + 2b(x, y)u''_{xy} + c(x, y)u''_{yy} + F(u'_x, u'_y, u, x, y) = 0$ относительно функции $u(x, y)$ имеет гиперболический тип?

1. $(b(x, y))^2 - a(x, y)c(x, y) = 0$.

2. $(b(x, y))^2 - a(x, y)c(x, y) \langle 0$.

3. $(b(x, y))^2 - a(x, y)c(x, y) \rangle 0$.

Вопрос № 6. Какое из представленных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка относительно функции $u(x, y)$ не является уравнением эллиптического типа?

1. $u''_{xx} + a^2 u''_{yy} = 0$.

2. $u''_{xx} = a^2 u''_{yy}$.

3. $u''_{xx} + u''_{yy} - f(x, y) = 0$.

Вопрос №7. Линией параболичности дифференциального уравнения с частными производными второго порядка $u''_{xx} - 2xu''_{xy} + yu''_{yy} + 5x = 0$ относительно функции $u(x, y)$ является

1. Окружность.

2. Ветвь гиперболы.

3. Парабола.

Вопрос № 8. Уравнение характеристик для дифференциального уравнения с частными производными второго порядка $a(x, y)u''_{xx} + 2b(x, y)u''_{xy} + c(x, y)u''_{yy} + F(u'_x, u'_y, u, x, y) = 0$ относительно функции $u(x, y)$ имеет вид:

1. $a(x, y)(dy)^2 - 2b(x, y)dxdy + c(x, y)(dx)^2 = 0$.

2. $a(x, y)(dx)^2 - 2b(x, y)dxdy + c(x, y)(dy)^2 = 0$.

3. $a(x, y)(dy)^2 - b(x, y)dxdy + c(x, y)(dx)^2 = 0$.

Вопрос № 9. Решение задачи Коши для дифференциального уравнения с частными производными второго порядка $u''_{yy} = 2$ относительно функции $u(x, y)$ при условиях $u/_{y=0} = 1$, $u'_y/_{y=0} = x$ представлено функцией

1. $u(x, y) = 1 + y^2$.

2. $u(x, y) = 1 + xy + y^2$.

3. $u(x, y) = 1 + xy$.

Вопрос № 10. Задача о стационарном тепловом состоянии рассматривается с помощью исследования

1. Волнового уравнения.

2. Уравнения теплопроводности.

3. Уравнения Лапласа.

Вопрос № 11. Какое из перечисленных уравнений описывает вынужденные колебания струны?

1. $u''_{tt} - a^2 u''_{xx} = 0$.

2. $u''_{tt} - a^2 u''_{tt} = f(x,t)$.

3. $u'_t - a^2 u''_{xx} = f(x,t)$.

Вопрос № 12. Какой вид примет уравнение теплопроводности в однородном стержне, если коэффициент внутренней теплопроводности $k = 0,5$, теплоемкость вещества $c = 1$, плотность вещества $\rho = 2$?

1. $u'_t = \frac{1}{4} u''_{xx}$.

2. $u'_t = 4u''_{xx}$.

3. $u'_t = \frac{1}{2} u''_{xx}$.

Вопрос № 13. Собственными числами задачи Штурма-Лиувилля $X''(x) + cX(x) = 0$, $X(0) = X(2) = 0$ являются числа

1. $\pi^2 n^2$, $n = 1,2,...$,

2. $\frac{\pi^2 n^2}{4}$, $n = 1,2,...$,

3. $4\pi^2 n^2$, $n = 1,2,...$

Вопрос № 14. Метод разделения переменных решения уравнений математической физики также называется

1. Методом Дирихле.

2. Методом Пуассона.

3. Методом Фурье.

Вопрос № 15. В чем заключается физический смысл однородности граничных условий?

1. Граничные точки неподвижны.

2. Граничные точки подвижны.

3. Граничные точки меняют положение по заданным законам.

Вопрос № 16. Краевой задачей для уравнения математической физики называется

1. Задача Коши (задача с начальными условиями).

2. Задача с граничными условиями.

3. Задача с начальными и граничными условиями.

Вопрос № 17. Какой вид имеет формула Даламбера решения уравнения свободных колебаний бесконечной струны: $u''_{tt} = 4u''_{xx}$, $u(x,0) = x^2$, $u'_t(x,0) = \cos x$?

1. $u(x,t) = \dfrac{(x-t)^2 + (x+t)^2}{2} + \int\limits_{x-t}^{x+t} \cos z dz$.

2. $u(x,t) = \dfrac{(x-2t)^2 + (x+2t)^2}{2} + \int\limits_{x-2t}^{x+2t} \cos z dz$.

3. $u(x,t) = \dfrac{(x-2t)^2 + (x+2t)^2}{2} + \int\limits_{x-2t}^{x+2t} \cos^2 z dz$.

Вопрос № 18. В каком случае возникает явление прямой и обратной волны при свободных колебаниях бесконечной струны?

1. Начальный импульс равен нулю.

2. Начальное смещение равно нулю.

3. Оба начальные условия ненулевые.

Вопрос № 19. Общее решение уравнения свободных колебаний ограниченной струны

$u''_{tt} = 9u''_{xx}$, $u(0,t) = u(\pi,t) = 0$ представимо в виде:

1. $u(x,y) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (An \cos 3nt + Bn \sin 3nt) \sin nx$.

2. $u(x,y) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (An \cos nt + Bn \sin nt) \sin nx$.

3. $u(x,y) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} (An \cos 3nt + Bn \sin 3nt) \sin \pi nx$.

Вопрос № 20. Какой вид имеет формула Даламбера решения уравнения вынужденных колебаний бесконечной струны: $u''_{tt} = u''_{xx} + xt$, $u(x,0) = \sin x$, $u'_t(x,0) = xe^{-x^2}$?

1. $u(x,t) = \dfrac{\sin(x-t)+\sin(x+t)}{2} + \dfrac{1}{2}\int\limits_{x-t}^{x+t} ze^{-z^2}\,dz + \dfrac{1}{2}\int\limits_{0}^{t}\int\limits_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \}\tau d\}d\tau$.

2. $u(x,t) = \dfrac{\sin(x-t)+\sin(x+t)}{2} + \dfrac{1}{2}\int\limits_{0}^{t}\int\limits_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \}\tau d\}d\tau$.

3. $u(x,t) = \dfrac{\sin(x-t)+\sin(x+t)}{2} + \int\limits_{x-t}^{x+t} ze^{-z^2}\,dz + \int\limits_{0}^{t}\int\limits_{x-(t-\tau)}^{x+(t-\tau)} \}\tau d\}d\tau$

Вопрос № 21. При решении методом Фурье уравнения вынужденных колебаний струны, закрепленной с обоих концов, необходимо

1. Искать решение как сумму свободного колебательного движения и чисто вынужденного колебательного движения.

2. Непосредственно применять метод Фурье для нахождения решения исходного уравнения.

3. Искать решение только соответствующего однородного уравнения (уравнения свободных колебаний ограниченной струны).

Вопрос № 22. В случае колебаний струны под действием гармонически колеблющейся вынуждающей силы явление резонанса возникает, если

1. Частота вынуждающей силы не совпадает ни с одной из частот собственных колебаний струны.

2. Частота вынуждающей силы приближается к одной из частот собственных колебаний струны.

3. Частота вынуждающей силы равна одной из частот собственных колебаний струны.

Вопрос № 23. При каких соотношениях между параметрами a,b,c функция $u(x,y) = ax^2 + bxy + cy^2$ является гармонической?

1. $a = b$.

2. $a = -c$.

3. $a + b + c = 0$, $b \neq 0$.

Вопрос № 24. Краевая задача Неймана для уравнения Лапласа $\Delta u = 0$, где функция $u(\mathrm{M})$ задана в области, ограниченной поверхностью (S), имеет вид:

1. $\left(\dfrac{\partial u}{\partial n} + u\right)\Big/(S) = \varphi(\mathrm{M})$.

2. $u/(S) = \varphi(\mathrm{M})$.

3. $\dfrac{\partial u}{\partial n}\Big/(S) = \varphi(\mathrm{M})$.

Вопрос № 25. Уравнение Лапласа на плоскости в полярной системе координат представимо в виде:

1. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial^2 u}{\partial \rho \partial \varphi} + \dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$.

2. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial u}{\partial \rho} + \dfrac{1}{\rho^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$.

3. $\dfrac{\partial^2 u}{\partial \rho^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} = 0$.

Вопрос № 26. Функцию $u(\rho, \varphi)$, гармоническую вне круга радиуса a с заданным условием на его границе, следует искать по формуле:

1. $u(\rho,\varphi) = A_0 + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{a}{\rho}\right)^n (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi)$.

2. $u(\rho,\varphi) = A_0 + \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{\rho}{a}\right)^n (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi)$.

3. $u(\rho,\varphi) = \sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{a}{\rho}\right)^n (A_n \cos n\varphi + B_n \sin n\varphi)$.

Вопрос № 27. Какое граничное условие в краевой задаче для уравнения теплопроводности в однородном стержне соответствует лучеиспусканию в окружающую среду заданной температуры?

1. $u(0,t) = 0$.

2. $u(0,t) = \varphi(t) \neq 0$.

3. $u'_x(0,t)+h(u(0,t)-u_0)=0$.

Вопрос № 28. Какое физическое явление нельзя описать с помощью уравнения теплопроводности?

1. Фильтрацию жидкости и газа в пористой среде.

2. Стационарное тепловое состояние объекта.

3. Диффузию взвешенных частиц в движущейся среде.

Вопрос № 29. Решение уравнения теплопроводности в однородном стержне задается интегралом Пуассона, если

1. Стержень ограничен с одного конца.

2. Стержень ограничен с обоих концов.

3. Стержень неограничен.

Вопрос № 30. Общее решение уравнения теплопроводности $u'_t = a^2 u''_{xx}$ в однородном стержне длиной l, на концах которого поддерживается нулевая температура, имеет вид:

1. $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{\frac{-a^2\pi^2 n^2}{l^2}t} \sin \frac{\pi n}{l} x$.

2. $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-a^2 n^2 t} \sin \pi n x$.

3. $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{\frac{-a^2\pi^2 n^2}{l^2}t} \sin nx$.

Ответы к тестам

№ вопроса	Ответы	№ вопроса	Ответы
1	1	16	3
2	3	17	2
3	2	18	1
4	2	19	1
5	3	20	3
6	2	21	1
7	3	22	2
8	1	23	2
9	2	24	3

№ вопроса	Ответы	№ вопроса	Ответы
10	3	25	2
11	2	26	1
12	1	27	3
13	2	28	2
14	3	29	3
15	1	30	1

6.1.2. Промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов, выносимых на зачет в 5-ом семестре

Теоретические вопросы

1. Математические модели физических процессов. Основные уравнения математической физики.
2. Классификация уравнений в частных производных первого порядка.
3. Поперечные малые колебания струны.
4. Задача о распространении тепла.
5. Задача о движении несжимаемой жидкости. Процесс обтекания.
6. Классификация дифференциальных уравнений 2-го порядка в частных производных.
7. Дифференциальные уравнения эллиптического типа и физические процессы, приводящие к ним.
8. Дифференциальные уравнения гиперболического типа и физические процессы, приводящие к ним.
9. Дифференциальные уравнения параболического типа и физические процессы, приводящие к ним.
10. Канонический вид уравнений с двумя независимыми переменными.
11. Метод характеристик.
12. Постановка краевых задач математической физики.
13. Граничные и начальные условия. Виды граничных условий.
14. Классификация краевых задач. Задача Коши.
15. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Задача Дирихле.
16. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Задача Неймана.
17. Смешанная задача для уравнений гиперболического типа
18. Смешанная задача для уравнений параболического типа.
19. Метод разделения переменных.
20. Формула Грина.
21. Гармонические функции.
22. Свойства гармонических функций.
23. Фундаментальные решения и функции Грина.
24. Метод функций Грина.
25. Построение функций Грина на плоскости и в пространстве.
26. Построение функций Грина в пространстве.

27. Решение задачи Дирихле для некоторых областей.
28. Метод Фурье-преобразований.
29. Разделение переменных в методе Фурье для уравнения теплопроводности.
30. Решение основных краевых задач методом Фурье.
31. Метод распространения волн.
32. Волновое уравнение. Формула Даламбера.
33. Волновое уравнение. Метод Пуассона.
34. Свободные колебания. Метод суперпозиции.
35. Свободные колебания струны.
36. Общая схема метода Фурье.
37. Вынужденные колебания. Формула Пуассона.
38. Уравнение колебаний в пространстве. Задача Коши.
39. Интегральное представление решения в неограниченном пространстве.
40. Особенности решения задачи Коши на плоскости.
41. Колебания ограниченных объемов.
42. Особенности задачи Штурма-Лиувилля.
43. Постановка и решение основных задач для уравнения теплопроводности.
44. Первая краевая задача для уравнения теплопроводности.
45. Принципы максимума и минимума.
46. Фундаментальное решение задачи Коши.
47. Интегральное представление решения задачи Коши.
48. Метод Фурье для неоднородных дифференциальных уравнений параболического типа.
49. Неоднородные дифференциальные уравнения параболического типа. Функции источника.
50. Неоднородные дифференциальные уравнения параболического типа. Общий случай.
51. Идея метода «пристрелки» для решения краевых задач в MathCad. Алгоритм метода пристрелки Применение блока Given/Odesolve.
52. Суть метода «пристрелки» для решения задачи Штурма-Лиувилля. Функции, используемые в MathCad, для решения задач на собственные значения. Особенность задания первого аргумента. Функция, используемая в MathCad, для построения графика собственной функции.
53. Описание физической модели взаимодействия встречных световых пучков с рисунком. Анализ графика решения по математической модели физического процесса взаимодействия встречных световых пучков (краткая физическая интерпретация графика функции по точке пересечения с осью Y).
54. Математическое условие задания реальных параметров модели взаимодействия встречных световых пучков для воздушной среды. Последствия существенного увеличения коэффициента ослабления.
55. Применение «жестких» систем. Описание метода в блоке Given/Odesolve для решения «жестких» систем в MathCad. Недостаток MathCad для

нахождения недостающих начальных условий для «жестких» краевых систем.

56. Этапы решения краевой задачи для волнового уравнения с начальными и граничными условиями в MathCad при помощи блока Given/Pdesolve. Назначение функции CreateMesh.
57. Этапы решения задачи о свободных колебаниях круглой мембраны в MathCad с применением функций Бесселя. Назначение системной переменной FRAME.
58. Этапы решения дифференциальных уравнений в частных производных эллиптического типа (уравнения Пуассона) в MathCad с использованием функции multigrid.
59. Этапы решения дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа в MathCad при помощи блока Given/Pdesolve.
60. Этапы решения дифференциальных уравнений в частных производных гиперболического типа в MathCad методом Фурье.

6.2. Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок

Промежуточная аттестация: зачет

Форма контроля	Показатели оценивания	Критерии выставления оценок	Шкала оценивания
зачет	правильность и полнота ответа	дан правильный, полный ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; могут быть допущены недочеты, исправленные самостоятельно в процессе ответа; дан правильный, недостаточно полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи; могут быть допущены недочеты, исправленные с помощью преподавателя; дан недостаточно правильный и полный ответ; логика и последовательность изложения имеют нарушения; в ответе отсутствуют выводы.	зачтено

		ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу; присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения; дополнительные и уточняющие вопросы не приводят к коррекции ответа на вопрос.	не зачтено

7. Ресурсное обеспечение дисциплины

7.1. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

1. MathCad 14 [ПО-6E1-625] - Программный продукт для выполнения инженерных и математических расчетов [Лицензионное]
2. - Astra Linux Common Edition релиз Орел [ПО-25B-603] - Операционная система общего назначения "Astra Linux Common Edition" [Коммерческая (Full Package Product). Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 4433]
3. - МойОфис Образование [ПО-41B-124] - Полный комплект редакторов текстовых документов и электронных таблиц, а также инструментарий для работы с графическими презентациями [Свободно распространяемое. Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 4557]
4. 7-Zip [ПО-F33-948] - Файловый архиватор [Свободно распространяемое, отечественного производства]

7.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Научная электронная библиотека «eLIBRARY.RU» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://www.elibrary.ru/, доступ только после самостоятельной регистрации

2. Электронная библиотечная система университета, обеспечивающая индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет: http://elib.igps.ru.

3. Электронная библиотечная система университета, обеспечивающая индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет: http://www.iprbookshop.ru;

4. Федеральный портал «Российское образование» http://www.edu.ru – индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет.

7.3. Литература

Основная:
1. Русак, Валентин Николаевич. Математическая физика [Текст]: учебное пособие: [гриф Мин. обр.] / В. Н. Русак, 2006. – 248 с.
2. Пашуева, И. М. Уравнения математической физики : учебное пособие / И. М. Пашуева, Н. Б. Ускова, А. Н. Шелковой. — Воронеж : Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2020. — 117 c. — ISBN 978-5-7731-0873-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: https://www.iprbookshop.ru/108189.html

Дополнительная:
1. Алашеева, Елена Александровна. Уравнения математической физики [Электронный ресурс] : Учебное пособие / Алашеева Е. А., 2016. – 162 с. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/71896.html
2. Павленко, Алексей Николаевич. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебное пособие / Павленко А. Н., 2013. – 100 с. Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/30134.html
3. Калинина, Елена Сергеевна. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст] : учебное пособие / Е. С. Калинина, А. В. Сайфудинова ; ред. Э. Н. Чижиков, 2017. - 248 с. Режим доступа: http://elib.igps.ru/?112&type=card&cid=ALSFR-d4cbd95a-5cfc-41a4-9abc-88095eed5606&remote=false

7.4. Материально-техническое обеспечение

Для проведения и обеспечения занятий используются помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: автоматизированное рабочее место преподавателя, маркерная доска, мультимедийный проектор, посадочные места обучающихся.

Для проведения лабораторных работ используется лаборатория вычислительной техники.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

Авторы: кандидат педагогических наук, доцент Трофимец Е.Н.