

Документ подписан электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Горбунов Алексей Александрович
Должность: Заместитель начальника университета по учебной работе
Дата подписания: 25.06.2024 17:07:20
Уникальный программный ключ:
286e49ee1471d400cc1f45539d51ed7bbf0e9cc7

ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Высшая математика**

**Бакалавриат по направлению подготовки
27.03.03 Системный анализ и управление
направленность (профиль) «Системный анализ и управление
в организационно-технических системах»**

Санкт-Петербург

1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

овладение методами математического познания и методологией работы с математическими объектами в контексте их применения для решения профессионально-ориентированных задач в области системного анализа и управления в организационно-технических системах.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

Компетенции	Содержание
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области естественных наук и математики

Задачи дисциплины:

– формирование навыков, связанных со способностью применения основных положений, законов и методов естественных наук и математики для анализа задач профессиональной деятельности в области системного анализа и управления в организационно-технических системах;

– овладение навыками формулирования задач профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественнонаучных дисциплин;

– формирование умений, связанных со способностью применения фундаментальных понятий, методов, формул и теорем высшей математики при решении типовых задач в области профессиональной деятельности.

2. Перечень планируемых результатов обучения дисциплины, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Способен решать задачи управления (анализа) в организационно-технических системах, выделяя базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи ОПК–1.1	Знает
	основные понятия высшей математики, методы математического анализа и основы системного подхода, позволяющие анализировать и решать задачи управления в организационно-технических системах.
	Умеет
	использовать основные положения, законы и методы математики и естественных наук, применять метод математического моделирования и системный подход при анализе и решении типовых задач в области профессиональной деятельности, связанной с системным анализом и автоматическим управлением.
	Владеет

	математическими методами, включая метод математического моделирования, системным подходом, применяемыми при анализе и решении типовых задач в области профессиональной деятельности системного анализа и автоматического управления.
Применяет методы анализа профессиональных задач, умеет выбирать возможные варианты решения задачи управления в организационно-технических системах, оценивая их достоинства и недостатки ОПК–1.2	Знает
	основные понятия высшей математики, методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного, дифференциальных уравнений, методы математического моделирования и управления (анализа) при решении профессиональных задач управления в организационно-технических системах.
	Умеет
	использовать основные понятия высшей математики, методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, теории функций комплексного переменного, дифференциальных уравнений, методы математического моделирования и управления (анализа) при решении профессиональных задач управления в организационно-технических системах.
	Владеет
	методами математического моделирования и анализа профессиональных задач с целью выбора возможных вариантов решения задачи управления в организационно-технических системах, оценивая их достоинства и недостатки.

3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 27.03.03 Системный анализ и управление, профиль «Системный анализ и управление в организационно-технических системах».

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных единиц, 576 часов.

4.1. Распределение трудоемкости учебной дисциплины по видам работ по семестрам и формам обучения

для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость				
	з. е.	час.	по семестрам		
			1	2	3
Общая трудоемкость дисциплины по	16	576	180	216	180

Вид учебной работы	Трудоемкость				3
	з. е.	час.	по семестрам		
			1	2	
учебному плану					
Контактная работа, в том числе:		236	74	88	74
Аудиторные занятия		232	72	88	72
Лекции (Л)		78	26	32	20
Практические занятия (ПЗ)		154	46	56	52
Консультации перед экзаменом		4	2		2
Самостоятельная работа (СРС)		268	70	128	70
в том числе					
курсовая работа					
Зачет с оценкой		+		+	
Экзамен		72	36		36

4.2. Тематический план, структурированный по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

для очной формы обучения

№ п/п	Наименование тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий				Контроль	Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Консультация		
1 семестр								
1.	Матрицы и определители, их приложения	44	8	16				20
2.	Векторная алгебра	18	2	6				10
3.	Элементы аналитической геометрии	24	4	10				10
4.	Элементы теории функций	7	2					5
5.	Вычисление пределов. Непрерывность функции	18	4	4				10
6.	Производная и дифференциал	11	2	4				5
7.	Исследование функций с помощью производных	20	4	6				10
	Консультация	2				2		
	Экзамен	36					36	
	Итого за 1 семестр	180	26	46		2	36	70
2 семестр								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

8.	Неопределенный интеграл, техника интегрирования	20	4	6				10
9.	Определенный интеграл	20	4	6				10
10.	Приложения определенного интеграла	18	4	4				10
11.	Несобственные интегралы	16	4	2				10
12.	Функции нескольких переменных, их производные и дифференциалы	37	6	6				25
13.	Экстремумы функций нескольких переменных	23	2	6				15
14.	Кратные интегралы и их приложения	42	4	10				28
15.	Элементы теории функций комплексного переменного	40	4	16				20
	Зачёт с оценкой	+		+			+	
	Итого за 2 семестр	216	32	56			+	128
3 семестр								
16.	Числовые ряды	22	6	6				10
17.	Функциональные ряды	20	2	8				10
18.	Ряды и преобразования Фурье	34	4	18				12
19.	Обыкновенные дифференциальные уравнения	32	6	10				16
20.	Элементы теории поля	34	2	10				22
	Консультации	2					2	
	Экзамен	36					36	
	Итого за 3 семестр	180	20	52			2	36
	Итого по дисциплине	576	78	154			4	72
								268

4.3. Тематический план для обучающихся очной формы обучения

Раздел 1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

Тема 1. Матрицы и определители, их приложения

Лекция. Понятие системы линейных уравнений. Матрица. Виды матриц. Операции над матрицами. Понятие определителя. Свойства определителей. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы. Исследование и решение систем линейных уравнений методом Гаусса.

Практическое занятие. Действия с матрицами.

Практическое занятие. Вычисление определителей.

Практическое занятие. Решение систем линейных уравнений методом Крамера, методом обратной матрицы.

Практическое занятие. Исследование и решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.

Практическое занятие. Линейный оператор.

Практическое занятие. Решение систем линейных уравнений разными

методами.

Самостоятельная работа. Основные приемы вычисления определителей высших порядков.

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 2. Векторная алгебра

Лекция. Векторы, линейные операции над ними. Произведения векторов.

Практическое занятие. Элементы векторной алгебры.

Практическое занятие. Произведения векторов и их применение.

Самостоятельная работа. Применение векторного и смешанного произведений для вычисления площадей и объемов.

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 3. Элементы аналитической геометрии

Лекция. Уравнения прямой на плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Уравнения прямой в пространстве. Уравнение и параметры эллипса. Уравнение и параметры гиперболы. Уравнение и параметры параболы. Поверхности второго порядка.

Практическое занятие. Различные виды уравнений прямой и плоскости.

Практическое занятие. Прямая в пространстве.

Практическое занятие. Уравнения и свойства кривых второго порядка.

Практическое занятие. Поверхности второго порядка.

Практическое занятие. Применение линейных операторов в аналитической геометрии.

Самостоятельная работа. Взаимное расположение плоскостей. Взаимное расположение прямых в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Общая теория кривых второго порядка. Выполнение расчетно-графической (контрольной) работы по разделу «Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии»

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Раздел 2. Введение в математический анализ

Тема 4. Элементы теории функций

Лекция. Понятие функции. Способы задания функции. Функция натурального аргумента. Предел функции натурального аргумента.

Самостоятельная работа. Основные элементарные функции и их графики.

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 5. Вычисление пределов. Непрерывность функции

Лекция. Определение предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о пределах. Понятие односторонних пределов. Определение непрерывности функции. Типы разрывов функции.

Практическое занятие. Вычисление предела функции.

Практическое занятие. Исследование функции на непрерывность.

Самостоятельная работа. Эквивалентные бесконечно малые. Основные теоремы. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по разделу «Введение в математический анализ».

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Тема 6. Производная и дифференциал

Лекция. Определение производной. Геометрический и физический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная сложной функции.

Практическое занятие. Вычисление производных

Практическое занятие Производные и дифференциалы высших порядков.

Самостоятельная работа. Производная обратной функции. Нахождение производных функций, заданных параметрически. Формула Лейбница

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 7. Исследование функций с помощью производных

Лекция. Некоторые теоремы о дифференцируемых функциях. Правила Лопиталя. Раскрытие неопределенностей. Формула Тейлора и её применение. Исследование функции на экстремум. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Нахождение асимптот.

Практическое занятие. Раскрытие неопределенностей с помощью правил Лопиталя.

Практическое занятие. Исследование функций с помощью производных и построение графиков.

Самостоятельная работа. Исследование функций с помощью производных и построение графиков. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по разделу «Дифференциальное исчисление функций».

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной

Тема 8. Неопределенный интеграл, техника интегрирования

Лекция. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов. Интегрирование заменой переменной.

Практическое занятие Основные приемы интегрирования.

Практическое занятие. Вычисление неопределенных интегралов.

Самостоятельная работа. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Понятие о «неберущихся» интегралах.

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 9. Определенный интеграл

Лекция. Понятие определенного интеграла. Геометрический смысл и условия существования определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

Практическое занятие. Основные методы вычисления определенных интегралов.

Практическое занятие. Расчет определенных интегралов.

Самостоятельная работа. Приближенное вычисление определенного интеграла.

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 10. Приложения определенного интеграла

Лекция. Вычисление площадей плоских фигур. Вычисление объема тела вращения. Вычисление длины дуги плоской кривой. Вычисление площади поверхности тела вращения.

Практическое занятие. Вычисление площадей, объемов и дуг геометрических фигур с помощью определенного интеграла.

Самостоятельная работа. Приложения определенного интеграла к решению физических задач. Вычисление площади криволинейного сектора. Вычисление длины дуги в полярных координатах.

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Тема 11. Несобственные интегралы

Лекция. Вычисление несобственных интегралов первого рода. Вычисление несобственных интегралов второго рода.

Практическое занятие. Решение задач по теме «Интегральное исчисление функции одной переменной».

Самостоятельная работа. Несобственные интегралы с бесконечными

пределами интегрирования. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Исследование несобственных интегралов на сходимость. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по разделу «Интегральное исчисление функций».

Рекомендуемая литература:

основная [1,3];

дополнительная [1,2,4].

Раздел 5. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

Тема 12. Функции нескольких переменных, их производные и дифференциалы

Лекция. Определение и способы задания функции нескольких переменных. Предел и непрерывность. Частные производные и дифференциалы функции нескольких переменных. Понятие скалярного поля. Линии уровня скалярного поля. Градиент скалярного поля. Производная по направлению

Практическое занятие. Дифференцирование функций нескольких переменных.

Практическое занятие. Нахождение характеристик скалярного поля.

Самостоятельная работа. Дифференцирование сложной и неявной функций. Операторы Гамильтона и Лапласа.

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Тема 13. Экстремумы функций нескольких переменных

Лекция. Понятие экстремума функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума. Безусловный экстремум функции нескольких переменных и его нахождение.

Практическое занятие. Нахождение безусловного экстремума функции нескольких переменных.

Практическое занятие. Решение задач на тему «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

Самостоятельная работа. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по разделу «Функции нескольких переменных».

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Раздел 6. Кратные интегралы

Тема 14. Кратные интегралы и их приложения

Лекция. Определение и свойства двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Определение и свойства тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному. Замена переменных в тройном интеграле.

Практическое занятие. Вычисление двойного интеграла.

Практическое занятие. Вычисление тройного интеграла.

Практическое занятие. Расчет кратных интегралов.

Самостоятельная работа. Приложения кратных интегралов.

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Раздел 7. Теория функций комплексного переменного

Тема 15. Элементы теории функций комплексного переменного

Лекция. Понятие комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Основные действия над комплексными числами. Понятие функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции комплексного переменного. Дифференцирование функции комплексного переменного.

Практическое занятие. Действия над комплексными числами.

Практическое занятие. Решение алгебраических уравнений.

Практическое занятие. Решение уравнений и неравенств с комплексными числами.

Практическое занятие. Комплексные числа и их приложения

Самостоятельная работа. Формулы Эйлера и Муавра. Интегрирование и дифференцирование функции комплексного переменного. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по теме «Комплексные числа и их приложения».

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Раздел 8. Ряды

Тема 16. Числовые ряды

Лекция. Основные понятия. Сходимость ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда. Гармонический ряд. Достаточный признак расходимости числовых рядов. Признаки сравнения рядов. Признак Даламбера. Радикальный и интегральный признаки Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости знакопеременного ряда.

Практическое занятие. Знакоположительные ряды.

Практическое занятие. Знакопеременные и знакопеременные ряды.

Практические занятия Исследование сходимости числовых рядов.

Самостоятельная работа. Интегральный признак Коши

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Тема 17. Функциональные ряды

Лекция. Понятие функционального ряда. Сходимость степенных рядов. Разложение функций в степенные ряды.

Практическое занятие. Исследование на сходимость степенных рядов.

Самостоятельная работа. Разложение функций в ряды для приближенных вычислений. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по разделу «Ряды».

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Раздел 9. Ряды и преобразования Фурье

Тема 18. Ряды и преобразования Фурье

Лекция. Коэффициенты и ряды Фурье для 2π -периодических функций. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций. Ряды Фурье для функций с произвольным периодом. Комплексная форма интеграла Фурье. Основные свойства и применение преобразования Фурье. Понятие интеграла Фурье, прямого и обратного преобразования Фурье.

Практическое занятие. Разложение функций в ряд Фурье.

Практическое занятие. Спектральные характеристики периодических функций.

Практическое занятие. Преобразование Фурье.

Практическое занятие. Спектральные характеристики непериодических функций.

Самостоятельная работа. Построение спектральных характеристик периодических и непериодических функций. Выполнение расчётно-графической (контрольной) работы по разделу «Ряды и преобразование Фурье».

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Раздел 10. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Тема 19. Обыкновенные дифференциальные уравнения

Лекция. Задачи, приводящие к обыкновенным дифференциальным уравнениям (ОДУ). Основные понятия теории ОДУ. ОДУ первого порядка. Общее и частное решения. Задача Коши. ОДУ с разделяющимися переменными. Линейные ОДУ первого порядка. ОДУ высших порядков.

Практическое занятие. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Решение ОДУ в полных дифференциалах.

Практическое занятие Решение линейных и однородных ОДУ первого порядка.

Практическое занятие Решение ОДУ, допускающих понижение порядка.

Практическое занятие Решение однородных линейных ОДУ с постоянными коэффициентами.

Самостоятельная работа. Однородные ДУ. Уравнения в полных дифференциалах. Решение уравнения Бернулли. Решение ОДУ высших порядков, допускающих понижение порядка. Выполнение расчётно-

графической (контрольной) работы по разделу «Обыкновенные дифференциальные уравнения».

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

Тема 20. Элементы теории поля

Лекция. Понятие скалярного поля, его характеристики. Понятие векторного поля. Поток векторного поля. Дивергенция векторного поля. Соленоидальные поля.

Практическое занятие. Определение характеристик скалярного поля.

Практическое занятие. Определение характеристик векторного поля.

Практическое занятие. Основные формулы векторного поля.

Практическое занятие. Решение задач по теме «Теория поля».

Самостоятельная работа. Операторы скалярного поля. Операторы векторного поля. Операторы Гамильтона и Лапласа.

Рекомендуемая литература:

основная [2,3];

дополнительная [1,3,4].

5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

При реализации программы дисциплины используются лекционные и практические занятия.

Общими целями занятий являются:

– обобщение, систематизация, углубление, закрепление теоретических знаний по конкретным темам дисциплины;

– формирование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;

– выработка при решении поставленных задач профессионально значимых качеств: самостоятельности, ответственности, точности, творческой инициативы.

Целями лекции являются:

– формирование систематизированных научных знаний по дисциплине с акцентом внимания на наиболее сложных вопросах построения математических моделей в области системного анализа и автоматического управления;

– стимулирование активной познавательной деятельности обучающихся, способствующей формированию их творческого мышления.

В ходе практического занятия обеспечивается процесс активного взаимодействия обучающихся с преподавателем; приобретаются практические навыки и умения. Цель практического занятия: углубить и закрепить знания, полученные на лекции; формирование навыков использования знаний для решения практических задач; выполнение тестовых заданий по проверке полученных знаний и умений.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях; выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний; подготовку к предстоящим занятиям; выполнение расчётно-графических (контрольных) работ.

Консультации проводятся перед экзаменом с целью обобщения пройденного материала и разъяснения наиболее трудных вопросов, возникающих у обучающихся при изучении дисциплины.

6. Оценочные материалы по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины, проводится в соответствии с содержанием дисциплины по видам занятий в форме опроса, решения задач, тестирования, выполнения расчётно-графических (контрольных работ).

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине, проводится в форме экзамена и зачета с оценкой.

6.1. Примерные оценочные материалы:

6.1.1. Текущего контроля

Примерные вопросы для опроса:

1. Правила вычисления определителей третьего порядка.
2. Правила перемножения матриц.
3. Теорема Крамера.
4. Скалярное произведение векторов и его приложения.
5. Векторное произведение векторов и его приложения.
6. Уравнения прямой на плоскости.
7. Уравнения плоскости.
8. Правила дифференцирования.
9. Свойства неопределённого интеграла.
10. Правило Ньютона-Лейбница.
11. Достаточные условия сходимости числовых рядов.
12. Теорема Лейбница для знакопеременных рядов.
13. Область сходимости степенного ряда.
14. Ряд Маклорена.
15. Задача Коши для ДУ первого порядка.
16. Метод решения ОДУ с разделяющимися переменными.
17. Метод Бернулли решения ОДУ первого порядка.
18. Градиент скалярного поля.
19. Поверхности уровня скалярного поля.
20. Производная по направлению.
21. Дивергенция векторного поля.
22. Преобразование Фурье.

Примерные темы расчётно-графических (контрольных) работ:

1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.
2. Введение в математический анализ.
3. Дифференциальное исчисление функций.
4. Интегральное исчисление функций.
5. Функции нескольких переменных.
6. Комплексные числа и их приложения.
7. Числовые и функциональные ряды.
8. Ряды и преобразования Фурье.
9. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

Примерные задачи:

1. Вычислить определитель 3 способами (разложением по строке или столбцу, по «правилу треугольников», по «правилу дополнения»)

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & -5 \end{vmatrix}$$

2. Вычислить $A \cdot A^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 3 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

3. Найти A^{-1} , если $A = \begin{pmatrix} -6 & 5 & -2 \\ 3 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

4. Решить систему тремя методами (методом Гаусса, методом Крамера, методом обратной матрицы)

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 3x + 2y + 2z = -3 \\ y + 2z = 4 \end{cases}$$

5. Исследовать совместность системы и найти ее решения

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 8x_3 = 8 \\ 4x_1 + 3x_2 - 9x_3 = 9 \\ 2x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 7 \\ x_1 + 8x_2 - 7x_3 = 12 \end{cases}$$

6. Построить треугольник, вершины которого находятся в точках $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$. Найти:

1. уравнения сторон треугольника ABC ;
2. координаты точки пересечения медиан;
3. длину и уравнение высоты, опущенной из вершины A ;
4. площадь треугольника:
 $A(-1;2)$, $B(5;1)$, $C(1;-2)$.

7. Найти: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 3x + 1}{2 + 3x^2 + 4x^3}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x + 5}{2x + 4} \right)^x$.

8. Найти производные заданных функций.

а) $y = x^2 \cdot \ln x$; б) $y = \operatorname{arctg} e^x$; в) $y = \sin^2 \frac{1-x}{1+x}$.

9. Найти дифференциалы второго порядка.

а) $y = \frac{1}{x-1}$; б) $y = \cos^2 x$; в) $y = e^{-x^2}$.

10. Исследовать данные функции методами дифференциального исчисления и построить их графики.

а) $y = \frac{x^3}{(x+1)^2}$; б) $y = \frac{2x+1}{x+5}$; в) $y = \frac{x^2 - x + 2}{x+1}$.

11. Найти неопределенные интегралы.

а) $\int \left(\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}} \right) dx$; б) $\int \frac{\sin x}{1+3\cos x} dx$; в) $\int x^3 \ln x dx$.

12. Вычислить определенные интегралы.

а) $\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2) dx$; б) $\int_{-1}^1 x e^{-x^2} dx$.

13. Найти площади фигуры, ограниченных линиями. Сделать чертеж.

а) $y = \sqrt{x}$, $y = 2 - x$, $y = 0$; б) $y = x^2$, $y = 1$.

14. Вычислить объем тела, которое получается при вращении вокруг оси Ox криволинейной трапеции, ограниченной гиперболой $y = \frac{4}{x}$, прямыми $x = 3$, $x = 12$ и осью абсцисс.

15. Исследовать сходимость ряда.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{100n^2 + 1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$.

16. Найти область сходимости ряда.

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n} \cdot x^n$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot (x-2)^n$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n+2} \cdot x^n$.

17. Разложить в ряд Маклорена функцию.

а) $f(x) = e^{5x}$; б) $f(x) = \sin 3x$; в) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$.

Типовые задания для тестирования:

Вопрос 1. Возможна ли операция умножения для матриц $A_{4 \times 3}$ и $B_{4 \times 3}$?

- 1) да, так как число строк матрицы A совпадает с числом строк матрицы B ;
- 2) да, так как число столбцов матрицы A совпадает с числом столбцов матрицы B ;
- 3) нет, так как число столбцов матрицы A не совпадает с числом строк матрицы B ;
- 4) нет, так как число строк матрицы A не совпадает с числом столбцов матрицы B .

Вопрос 2. Найти элемент c_{32} матрицы $C = A \cdot B$, если

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

- 1) -10 ;
- 2) 0 ;
- 3) 10 ;
- 4) 20 .

Вопрос 3. Определителем матрицы второго порядка $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, или просто определителем второго порядка, называется число, которое вычисляется по формуле:

- 1) $a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$;
- 2) $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$;
- 3) $a_{11}a_{12} - a_{21}a_{22}$;
- 4) $a_{21}a_{22} - a_{11}a_{12}$.

Вопрос 4. Дана матрица $\begin{pmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Обратной к ней является матрица

- 1) $\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$;
- 2) $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$;
- 3) $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$;
- 4) $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Вопрос 5. Решите систему линейных уравнений
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 2 \end{cases}.$$

- 1) $x_1 = 1, x_2 = 0, x_3 = 1$;
- 2) $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = -1$;
- 3) $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 1$;
- 4) $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$.

Вопрос 6. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$ и $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$

равно

- 1) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x + b_x; a_y + b_y; a_z + b_z)$;
- 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z$;
- 3) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x - b_x)^2 + (a_y - b_y)^2 + (a_z - b_z)^2$;
- 4) $\vec{a} \cdot \vec{b} = (a_x - b_x; a_y - b_y; a_z - b_z)$.

Вопрос 7. Векторное произведение $\vec{a} \times \vec{b}$ векторов $\vec{a} = (a_x; a_y; a_z)$ и $\vec{b} = (b_x; b_y; b_z)$ можно найти с помощью вычисления определителя

$$1) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ b_x & b_y & b_z \\ a_x & a_y & a_z \end{vmatrix};$$

$$2) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_z & a_y & a_x \\ b_z & b_y & b_x \end{vmatrix};$$

$$3) \quad \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix};$$

$$4) \quad \vec{b} \times \vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}.$$

Вопрос 8. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (2; 1; 0)$ равна

- 1) 1;
- 2) 1,5;
- 3) 2
- 4) 3.

Вопрос 9. Смешанным произведением трех векторов \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} называется число равное

- 1) $\vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$;
- 2) $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})$;
- 3) $\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{c})$;
- 4) $\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})$.

Вопрос 10. Объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a} = (3; -3; 1)$, $\vec{b} = (4; 0; -1)$, $\vec{c} = (2; -1; -2)$, равен

- 1) 5;
- 2) 10;
- 3) 25;
- 4) 30.

Вопрос 11. Дан треугольник ABC с вершинами $A(-3; 0)$, $B(-5; 3)$ и $C(3; 0)$.

Уравнение стороны AB имеет вид:

- 1) $2x - 3y + 8 = 0$;
- 2) $3x + 2y + 9 = 0$;
- 3) $2x - 3y - 9 = 0$;
- 4) $3x - 2y + 9 = 0$.

Вопрос 12. При каком значении k прямые $y = 5x - 2$ и $y = kx + 5$ параллельны?

- 1) -2;
- 2) 0,2;

3) -0,2;

4) 5.

Вопрос 13. Известно, что плоскости, заданные уравнениями $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$ параллельны. Какому из условий удовлетворяют коэффициенты, входящие в уравнения?

1) $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 + D_1D_2 = 0$;

2) $A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$;

3) $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$;

4) $\frac{A_2}{A_1} = \frac{B_2}{B_1} = \frac{C_2}{C_1}$.

Вопрос 14. Уравнение $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$ определяет

1) эллипс;

2) параболу;

3) гиперболу;

4) пару прямых.

Вопрос 15. Пересечением двух множеств A и B называется множество, состоящее

1) из всех элементов, принадлежащих хотя бы одному из данных множеств;

2) из всех элементов, одновременно принадлежащих каждому из данных множеств;

3) из всех элементов множества A , которые не принадлежат множеству B ;

4) из всех элементов множества B , которые не принадлежат множеству A .

6.1.2. Промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов, выносимых на зачет с оценкой 2 семестр

1. Первообразная и неопределенный интеграл.

2. Основные свойства неопределенного интеграла.

3. Вычисление неопределенного интеграла методом интегрирования по частям.

4. Вычисление неопределенного интеграла заменой переменных.

5. Понятие и условия существования определенного интеграла.

6. Геометрический смысл и свойства и определенного интеграла.

7. Формула Ньютона-Лейбница.

8. Вычисление определенного интеграла по частям и заменой переменных.

9. Вычисление с помощью определенного интеграла площадей плоских фигур.

10. Вычисление с помощью определенного интеграла длины дуги плоской кривой.
11. Вычисление с помощью определенного интеграла объема тела вращения.
12. Вычисление с помощью определенного интеграла площади поверхности тела вращения.
13. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования.
14. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
15. Определение и способы задания функций нескольких переменных.
16. Частные производные первого порядка.
17. Частные производные высших порядков.
18. Понятие экстремума функции нескольких переменных.
19. Необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
20. Схема исследования функций двух переменных на экстремум.
21. Наибольшее и наименьшее значения функции нескольких переменных в замкнутой области.
22. Определение и свойства двойного интеграла.
23. Сведение двойного интеграла к повторному.
24. Замена переменных в двойном интеграле.
25. Определение и свойства тройного интеграла.
26. Сведение тройного интеграла к повторному.
27. Замена переменных в тройном интеграле.
28. Понятие комплексного числа.
29. Тригонометрическая форма комплексного числа.
30. Арифметические операции над комплексными числами.
31. Произведение и частное комплексных чисел в тригонометрической форме.
32. Формулы Эйлера и Муавра.
33. Извлечение корней из комплексных чисел.

Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен

1 семестр

1. Понятие системы линейных уравнений. Матрица. Виды матриц.
2. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц.
3. Понятие определителя. Вычисление определителей 2-го и 3-го порядков.
2. Основные свойства определителей.
3. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
4. Обратная матрица и алгоритм ее нахождения.
5. Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера.
6. Обратная матрица и алгоритм ее нахождения.
7. Решение систем линейных уравнений в матричной форме.
8. Понятие вектора. Проекция вектора на ось. Вычисление координат вектора и его длины.

9. Понятие вектора. Разложение вектора по базису.
10. Линейные операции над векторами и их основные свойства.
11. Коллинеарные векторы. Компланарные векторы. Правая и левая тройки векторов.
12. Скалярное произведение векторов и его свойства.
13. Векторное произведение векторов и его свойства.
14. Смешанное произведение векторов и его свойства.
15. Общее уравнение прямой на плоскости. Неполные уравнения прямой.
16. Общее уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой «в отрезках» (с выводом).
17. Уравнение прямой с угловым коэффициентом на плоскости (с выводом).
18. Взаимное расположение прямых на плоскости; условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости.
19. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости «в отрезках».
20. Частные случаи общего уравнения плоскости (неполные уравнения)
21. Общие уравнения прямой в пространстве.
22. Канонические уравнения прямой в пространстве (с выводом).
23. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки в пространстве и на плоскости (с выводом).
24. Взаимное расположение прямых в пространстве.
25. Эллипс, его каноническое уравнение, свойства и параметры.
26. Гипербола, ее каноническое уравнение, свойства и параметры.
27. Парабола, ее каноническое уравнение, свойства и параметры.
28. Поверхности второго порядка.
29. Основные понятия теории множеств. Отображения множеств.
30. Основные понятия математической логики.
31. Операции над множествами. Мощность множества.
32. Понятие функции. Способы задания функции.
33. Функция натурального аргумента. Предел функции натурального аргумента.
34. Определение предела функции в точке. Предел функции при $x \rightarrow \infty$.
35. Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
36. Основные теоремы о пределах функций.
37. Виды неопределенностей и методы их раскрытия.
38. Первый замечательный предел и его следствия. Второй замечательный предел.
39. Понятие односторонних пределов.
40. Определение непрерывности функции. Разрыв функции 1-го рода в точке.
41. Определение непрерывности функции в точке. Разрыв функции 2-го рода в точке.
42. Определение производной функции одной переменной, ее геометрический смысл.
43. Определение производной функции одной переменной, ее физический смысл.
44. Производная суммы, разности, произведения и частного функций. Производная сложной функции.

45. Производные высших порядков для функции одной переменной, механический смысл производной второго порядка.
46. Определение дифференциала функции одной переменной и его геометрический смысл.
47. Определение дифференциалов высших порядков от функции одной переменной.
48. Теоремы о дифференцируемых функциях.
49. Правила Лопиталю, примеры их применения для раскрытия неопределенностей.
50. Условия постоянства и монотонности функции одной переменной.
51. Понятие экстремума функции одной переменной, его критерии.
52. Исследование функций одной переменной на выпуклость и вогнутость.
53. Асимптоты графика функции.
54. Общий план исследования функции одной переменной и построения графиков.
55. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
56. Формула Тейлора для произвольной функции.
57. Формулы Тейлора для основных элементарных функций.
58. Разложение функций по формуле Маклорена.

3 семестр

1. Понятие о числовом ряде и его сумме.
2. Основные свойства сходящихся числовых рядов.
3. Необходимый признак сходимости. Гармонический ряд.
4. Признак Даламбера.
5. Радикальный признак Коши.
6. Предельный признак сравнения.
7. Знакопередающийся ряд. Признак Лейбница.
8. Знакопеременный ряд. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
9. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов.
10. Функциональный ряд. Область сходимости.
11. Степенной ряд. Теорема Абеля о сходимости степенного ряда.
12. Разложение функций в степенные ряды.
13. Разложение периодической функции в ряд Фурье.
14. Разложение в ряд Фурье четных и нечетных функций.
15. Разложение периодических функций в ряд Фурье в комплексной форме.
16. Прямое и обратное преобразование Фурье.
17. Спектральные характеристики периодического сигнала.
18. Спектральные характеристики непериодического сигнала.
19. Понятие ОДУ первого порядка. Задача Коши.
20. Понятие линейного ОДУ первого порядка. Метод Бернулли.
21. Понятие однородного ОДУ первого порядка. Метод решения.
22. Понятие ОДУ с разделяющимися переменными. Метод решения.
23. Линейные однородные ОДУ с постоянными коэффициентами. Метод решения.
24. Градиент скалярного поля.

25. Дивергенция векторного поля.

6.2. Шкала оценивания промежуточной аттестации и критерии выставления оценок

Промежуточная аттестация: экзамен, зачёт с оценкой

Форма контроля	Показатели оценивания	Критерии выставления оценок	Шкала оценивания
экзамен/зачёт с оценкой	правильность и полнота ответа	дан правильный, полный ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; могут быть допущены недочеты, исправленные самостоятельно в процессе ответа.	отлично
		дан правильный, недостаточно полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи; могут быть допущены недочеты, исправленные с помощью преподавателя.	хорошо
		дан недостаточно правильный и полный ответ; логика и последовательность изложения имеют нарушения; в ответе отсутствуют выводы.	удовлетворительно
		ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу; присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения; дополнительные и уточняющие вопросы не приводят к коррекции ответа на вопрос.	неудовлетворительно

7. Ресурсное обеспечение дисциплины

7.1. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение отечественного производства

- Статистическая диалоговая система STADIA [ПО-6FF-561] - Статистическая диалоговая система [Лицензионное. Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 9064]

- SMath Studio [ПО-A68-516] - Программное обеспечение для вычисления математических выражений и построения графиков функций [Свободно распространяемое. Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 12849]

- МойОфис Образование [ПО-41В-124] - Полный комплект редакторов текстовых документов и электронных таблиц, а также инструментарий для работы с графическими презентациями [Свободно распространяемое. Номер в

Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 4557]

- Astra Linux Common Edition релиз Орел [ПО-25В-603] - Операционная система общего назначения "Astra Linux Common Edition" [Коммерческая (Full Package Product). Номер в Едином реестре российских программ для электронных вычислительных машин и баз данных - 4433]

7.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru> (свободный доступ).

2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>, доступ только после самостоятельной регистрации.

3. Научная электронная библиотека «eLIBRARY.RU» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/>, доступ только после самостоятельной регистрации.

4. Электронная библиотека университета <http://elib.igps.ru> (авторизованный доступ).

5. Электронно-библиотечная система «ЭБС IPR BOOKS» <http://www.iprbookshop.ru> (авторизованный доступ).

7.3. Литература

Основная литература:

1. Высшая математика. Курс лекций с примерами и задачами [Текст]: учебное пособие. Ч.1 / Б. В. Заборский [и др.], 2015. - 200 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?47&type=card&cid=ALSFR-977f4513-0bc0-43b4-8e3b-9d196d048d30>

2. Высшая математика. Курс лекций с примерами и задачами [Текст]: учебное пособие. Ч.2 / Б. В. Заборский [и др.], 2016. - 192 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?64&type=card&cid=ALSFR-7b104e69-bdca-4077-9ffa-41da3c97aa1c&remote=false>

3. Высшая математика: практикум по выполнению расчетно-графических работ: учебное пособие: [гриф МЧС] Трофимец Е.Н. [и др.] Издательство: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, 2022. – 448 с. Режим доступа:

<http://elib.igps.ru/?18&type=card&cid=ALSFR-d71539ed-bcfc-415a-b02d-97cf51ae0769&remote=false>

Дополнительная литература:

1. Каменецкая, Наталия Владимировна. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Текст]: учебное пособие. Ч. 1. Элементы линейной алгебры / Н. В. Каменецкая, 2015. - 116 с. Режим доступа:

<http://elib.igps.ru/?41&type=card&cid=ALSFR-696fdd29-919a-447e-aae1-83befbdc37bc>

2. Калинина, Елена Сергеевна. Сборник задач по высшей математике [Текст]: учебное пособие. Ч. 1 / Е. С. Калинина, Т. А. Селеменова, С. Б. Хитов ; ред. Э. Н. Чижиков, 2015. - 108 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?41&type=card&cid=ALSFR-f687ff41-8b10-4703-89ed-60e0164da236>

3. Сборник задач по высшей математике [Текст]: учебное пособие. Ч. II / Е. С. Калинина [и др.]; ред. Э. Н. Чижиков, 2016. - 108 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?76&type=card&cid=ALSFR-44a098f7-614c-4606-a7c8-0a1504766f37&remote=false>

4. Математические методы оптимизации процессов оперативного реагирования сил и средств МЧС России: учебное пособие: [гриф МЧС] Каменецкая Н.В. [и др.] Издательство: Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России, Санкт-Петербург, 2022. – 116 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?21&type=card&cid=ALSFR-3b185da9-9991-4aec-80b0-d72f53b2925b&remote=false>

7.4. Материально-техническое обеспечение

Для проведения и обеспечения занятий используются помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой бакалавриата, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: автоматизированное рабочее место преподавателя, маркерная доска, мультимедийный проектор, посадочные места обучающихся.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

Автор: канд. техн. наук, доцент Каменецкая Н.В., канд. пед. наук, доцент Трофимец Е.Н., канд. пед. наук, доцент Селеменова Т.А., доктор тех. наук, профессор Волокобинский М.Ю.