

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Горбунов Алексей Александрович

Должность: Заместитель ректора ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский университет ГПС МЧС России»

Дата подписания: 12.09.2025 12:14:23

Уникальный программный ключ:

286e49ee1471d400cc1f45539d51ed7bbf0e9cc7

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ТЕОРИЯ АЛГОРИТМОВ**

Специалитет по специальности

10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем

Специализация «Анализ безопасности информационных систем»

1. Цели и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

- формирование основных понятий и методов математической логики и теории алгоритмов, с ориентацией на их использование в практической информатике, в том числе в системах искусственного интеллекта и вычислительной технике; формирование систематизированных знаний в области математической логики, представлений о проблемах оснований математики и роли математической логики в их решении; развитие логического мышления, логической культуры.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

Компетенции	Содержание
ОПК – 3	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

Задачи дисциплины:

- изучение формулирования задачи логического характера и применять средства математической логики для их решения
- изучение основных понятий и законов теории множеств; способы задания множеств и способы оперирования с ними;
- изучение методологии использования аппарата математической логики и способы проверки истинности утверждений;
- изучение доказательных рассуждений в ходе решения задач.

2. Перечень планируемых результатов дисциплины, соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-3.1. Применяет основные понятия и законы естественных наук, методы математического анализа и моделирования; основные методы теоретического и экспериментального исследования объектов, процессов и явлений	Знает
	Основные понятия и модели математической логики и теории алгоритмов, основные методы теоретического и экспериментального исследования объектов, процессов и явлений, описываемых указанными моделями для решения задач профессиональной деятельности ОПК-3.1.
	Умеет
	Решать поставленные задачи методами математической логики и теории алгоритмов в области профессиональной деятельности ОПК-3.1.

3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов» относится к обязательной части, образовательной программы специалитета по специальности 10.05.03 – Информационная безопасность автоматизированных систем, специализация «Анализ безопасности информационных систем».

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачётные единицы, 108 часов.

4.1 Распределение трудоемкости учебной дисциплины по видам работ по семестрам для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по семестрам
			4
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	3	108	108
Контактная работа		40	40
Лекции		16	16
Практические занятия		22	22
Консультация		2	2
Самостоятельная работа		32	32
Экзамен		36	36

4.2. Тематический план, структурированный по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий для очной формы обучения

Наименование разделов и тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий				Самостоятельная работа
		Лекции	Практические занятия	Консультации	Контроль	
4 семестр						
Тема 1. Аксиомы математической логики	8	2	2			4
Тема 2. Правила вывода	8	2	2			4
Тема 3. Приведение к нормальным формам	8	2	2			4
Тема 4. Исчисление высказываний. Гильбертовское исчисление высказываний	8	2	2			4
Тема 5. Исчисление высказываний. Секвенциальное исчисление высказываний и принцип резолюций	10	2	4			4
Тема 6. Логика предикатов	8	2	2			4
Тема 7. Элементы теории алгоритмов. Машина Тьюринга	10	2	4			4
Тема 8. Элементы теории алгоритмов. Нормальные алгоритмы Маркова и частично-рекурсивные функции	10	2	4			4
Консультация	2			2		
Экзамен	36				36	
Итого	108	16	22	2	36	32

4.3 Содержание дисциплины для очной формы обучения

Тема 1. Аксиомы математической логики

Лекция.

Аксиомы натуральных чисел. Наименьший элемент. Сложение. Порядок.

Практические занятия.

Начальные задачи. Умножение.

Самостоятельная работа.

Закон исключенного третьего

Рекомендуемая литература:

Основная литература [1, 2];

Дополнительная литература[1,2,3]

Тема 2. Правила вывода

Лекция. Предмет и задачи логики. Понятие. Суждение. Умозаключение. Рассуждение.

Практические занятия.

Использования основных функций

Самостоятельная работа.

Виды рассуждений (дедукция, индукция, аналогия).

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

Тема 3. Приведение к нормальным формам

Лекция. Понятие нормальных форм. Совершенные нормальные формы. Нормальные формы формул алгебры логики: ДНФ и КНФ. Правило построения СДНФ и СКНФ.

Практические занятия.

Приведение к СДНФ и СКНФ.

Самостоятельная работа.

Определение булевой функции.

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

Тема 4. Исчисление высказываний. Гильбертовское исчисление высказываний

Лекция.

Логика высказываний. Простые и сложные высказывания.

Практические занятия.

Примеры высказываний, логические операции над высказываниями.

Самостоятельная работа.

Классические исчисления высказываний

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

Тема 5. Исчисление высказываний. Секвенциальное исчисление высказываний и принцип резолюций

Лекция. Метод резолюций в исчислении высказываний. Понятие секвенции; понятие линейного и древовидного вывода.

Практические занятия.

Примеры построения логического вывода методом резолюций.

Самостоятельная работа.

Основные эквивалентности формул; их доказательство

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

Тема 6. Логика предикатов

Лекция. Алгебра предикатов. Понятие предиката. Примеры предикатов. Логические операции над предикатами. Классификация предикатов. Множество истинности предиката. Свободные и связанные вхождения переменных. Замкнутая формула.

Практические занятия.

Пример суждения, записанного на языке алгебры предикатов.

Самостоятельная работа.

Кванторные операции над предикатами.

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

Тема 7. Элементы теории алгоритмов. Машина Тьюринга

Лекция. Пример реализации алгоритма в машине Тьюринга. Эффективно вычислимые функции. Уточнение понятия алгоритма посредством функций, вычислимых по Тьюрингу. Существование невычислимых по Тьюрингу функций.

Практические занятия.

Элементы теории алгоритмов. Написать машину Тьюринга.

Самостоятельная работа.

Тезис Тьюринга.

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

Тема 8. Элементы теории алгоритмов. Нормальные алгоритмы Маркова и частично- рекурсивные функции

Лекция. Уточнение понятия алгоритма посредством нормально вычислимых функций. Принцип нормализации Маркова. Марковские подстановки, схема нормального алгоритма, применение нормальных алгоритмов к словам.

Практические занятия.

Определить аналитический вид функции.

Самостоятельная работа.

Нормально вычислимые функции.

Рекомендуемая литература:

Основная литература: [1,2];

Дополнительная литература:[1,2,3]

5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

При реализации программы учебной дисциплины используется традиционная образовательная технология, основой которой является системный принцип построения разделов и тем, используются лекционные и практические занятия.

На всех лекционных занятиях, целью которых является приобретение знаний, используется мультимедийный проектор с комплектом презентаций.

Общими дидактическими целями практического занятия являются:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление теоретических знаний по конкретным темам учебной дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализацию единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач профессионально значимых качеств: самостоятельность, ответственность, точность, творческая инициатива.

Активно используется самостоятельное выполнение каждым обучающимся учебной группы (после изучения теоретического материала каждой темы учебной дисциплины и проведения по ней ряда аудиторных практических занятий) индивидуальных практических заданий по изученной теме. Занятия проводятся в процессе активного взаимодействия с преподавателями.

Цель решения индивидуальных практических заданий - проверка уровня индивидуальной готовности обучающегося к решению практических задач по должностному предназначению на основе материала изученной темы.

Образовательными задачами индивидуальных заданий являются:

- глубокое изучение лекционного материала, изучение методов работы с учебной литературой, получение персональных консультаций у преподавателя;
- решение спектра практических задач, в том числе профессиональных (анализ производственных ситуаций, решение ситуационных задач, и т.п.);

- выполнение вычислений, расчетов.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях, выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний, подготовку к предстоящим занятиям.

6. Оценочные материалы по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины, проводится в соответствии с содержанием дисциплины по видам занятий в форме типовых контрольных заданий.

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных и окончательных результатов освоения дисциплины, проводится в форме экзамена.

6.1. Примерные оценочные материалы:

6.1.1. Текущего контроля

1) Даны высказывания (посылки):

1 Если в данной местности увеличивается количество кошек, то уменьшается количество полевых мышей ($p \rightarrow q$).

2 Если в данной местности уменьшается количество полевых мышей, то увеличивается количество ос ($q \rightarrow r$).

3 Если в данной местности увеличивается количество ос, то создаются более благоприятные условия для повышения урожая клевера ($r \rightarrow s$).

Вводим добавочное допущение «В данной местности увеличивается количество кошек» (p) и трижды используем правило УИ. Последовательно имеем:

$$\begin{array}{r}
 p \rightarrow q \quad q \rightarrow r \quad r \rightarrow s \\
 p \quad q \quad r \\
 \text{-----} \\
 q \quad r \quad s
 \end{array}$$

т.е. из множества взятых посылок получаем импликацию $p \rightarrow s$: «Если в данной местности увеличивается количество кошек, то создаются более благоприятные условия для повышения урожая клевера».

2) Использование алгоритма Маркова для преобразований над строками:

Правила:

«А» → «апельсин»

«кг» → «килограмм»

«М» → «магазинчике»

«Т» → «том»

«магазинчике» → • «ларьке» (заключительная формула)

«в том ларьке» → «на том рынке»

Исходная строка:

«Я купил кг Аов в Т М.»

При выполнении алгоритма строка претерпевает следующие изменения:

«Я купил кг апельсинов в Т М.»

«Я купил килограмм апельсинов в Т М.»

«Я купил килограмм апельсинов в Т магазинчике.»

«Я купил килограмм апельсинов в том магазинчике.»

«Я купил килограмм апельсинов в том ларьке.»

На этом выполнение алгоритма завершится (так как будет достигнута формула № 5, которую мы сделали заключительной).

3) Дано слово в алфавите $\{a, b, c\}$. Приписать, к слову, справа букву a .
Например, из слова $ababc$ надо получить слово $ababca$.

Замечание. В отличие от машины Тьюринга, которая имеет возможность передвижения вдоль слова к любой его части, нормальный алгоритм имеет возможность передвижения только к левому концу текста, смоделировать в самом алгоритме.

Введем дополнительный символ $*$, не входящий во внешний алфавит, и будем им помечать интересующее место в слове.

Последовательность действий Соответствующие формулы подстановок

1) приписать слева, к слову, символ $*$ $\rightarrow *$

2) передвижение $*$ на правый конец слова $*a \rightarrow a*$

$*b \rightarrow b*$

$*c \rightarrow c*$

3) замена $*$ на a $* a$

Если указать формулы подстановки именно в такой последовательности, то исполнение алгоритма заикнется на выполнении первой формулы. Чтобы этого не произошло, поместим ее в конец алгоритма, после формулы завершающего типа

1) $*a \rightarrow a*$

2) $*b \rightarrow b*$

3) $*c \rightarrow c*$

4) $* a$

5) $\rightarrow *$

Так как входное слово состоит из символов алфавита $\{a, b, c\}$, то все остальные формулы на первом такте окажутся невыполнимыми, и, следовательно, последовательность действий не нарушится:

Типовые задания для тестирования:

№ п/п	Вопросы	Варианты ответов
1.	Как называют высказывание, обозначаемое символом $A \rightarrow B$, которое ложно тогда и только тогда, когда A истинно, а B ложно?	а) дизъюнкция б) импликация в) отрицание г) конъюнкция
2.	Чему равен натуральный показатель n в бинарной операции?	а) 1 б) 3 в) 2 г) 0
3.	_____ - это композиция функций (сложная функция).	а) эквиваленция б) тавтология в) ложь г) суперпозиция
4.	Что называют конечным полным множеством?	а) истина б) базис в) замыкание г) тавтология
5.	<i>Выполняемые</i> высказывания – это высказывания ...	а) имеющие значение 1 хотя бы для одного набора значений пропозициональных переменных б) ложные при любой истинности переменных в) имеющие значение 0 хотя бы для одного набора значений пропозициональных переменных г) истинные при любой истинности переменных
6.	16. Предложение, которое может принимать только два значения «истина» или «ложь» это ...?	а) квантор существования б) квантор общности в) высказывание г) предикат
7.	Что такое алгоритм в контексте теории алгоритмов?	а) Сложная математическая формула б) Любая последовательность действий в) Неупорядоченный набор данных г) Формальный набор инструкций для решения задачи
8.	Что такое конъюнкция в математической логике?	а) Сложение двух чисел б) Логическое И в) Умножение двух чисел г) Логическое ИЛИ
9.	Что такое рекурсия в теории алгоритмов?	а) Обмен данными между процессами б) Итерационный процесс в) Параллельное выполнение задач г) Вызов функции из самой себя
10	Какой из следующих алгоритмов имеет квадратичную сложность по времени?	а) Быстрая сортировка б) Пузырьковая сортировка в) Сортировка слиянием г) Бинарный поиск

6.1.2. Промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов, выносимых на экзамен

1. Предмет и задачи логики. Понятие. Суждение. Умозаключение. Рассуждение. Виды рассуждений.
2. Исторические этапы развития математической логики. Силлогистика Аристотеля.
3. Исторические этапы развития математической логики. Парадоксы наивной теории множеств.
4. Алгебраические системы. Решетки. Свойства булевых алгебр.
5. Логика высказываний. Простые и сложные высказывания (понятие высказывания, примеры высказываний, логические операции над высказываниями).
6. Формулы логики высказываний и истинностные функции. Классификация формул.
7. Булевы функции.
8. Проблема разрешимости в логике высказываний.
9. Формулы логики высказываний. Нормальные формы. Правило построения СДНФ и СКНФ.
10. Логическое следование в логике высказываний. Теоремы о тавтологиях.
11. Формализация и решение логических задач. Проверка правильности следствия.
12. Формализация и решение логических задач. Проверка правильности следствия (табличный метод, метод редукции, равносильные преобразования, построение логического вывода).
13. Формализация и решение логических задач. Получение всех возможных следствий из заданной системы посылок.
14. Формализация и решение логических задач. Проверка системы посылок на непротиворечивость.
15. Формальные системы. Доказательство. Вывод. Свойства вывода.
16. Исчисление высказываний гильбертовского типа (ГИВ). Доказательство и вывод в формальной теории L .
17. Метаматематика. Метатеорема о дедукции. Обратная метатеорема о дедукции.
18. Исчисление L . Производные правила вывода и теоремы.
19. Другие формализации ГИВ.
20. Свойства формальной теории L (непротиворечивость, разрешимость, полнота, независимость).

21. Секвенциальное исчисление высказываний (СИБ): понятие секвенции; понятие линейного и древовидного вывода; пример вывода.
22. Теорема о связи СИБ и ГИВ (с доказательством).
23. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.
24. Метод резолюций в логике высказываний. Пример построения логического вывода методом резолюций.
25. Логика предикатов. Понятие предиката. Логические операции над предикатами.
26. Логика предикатов. Понятие предиката. Примеры предикатов. Кванторные операции над предикатами.
27. Классификация предикатов. Множество истинности предиката.
28. Формула логики предикатов. Свободные и связанные вхождения переменных.
29. Замкнутая формула.
30. Формула логики предикатов. Классификация формул. Значение формулы.
31. Гильбертовское исчисление предикатов (ГИП).
32. Секвенциальное исчисление предикатов (СИП).
33. Принцип резолюций в логике предикатов.
34. Интуитивное понятие алгоритма и его характерные черты. Уточнение понятия алгоритма.
35. Машина Тьюринга (устройство, состав команд, программа).
36. Машина Тьюринга. Пример реализации алгоритма в машине Тьюринга.
37. Эффективно вычислимые функции. Уточнение понятия алгоритма посредством функций, вычислимых по Тьюрингу. Тезис Тьюринга.
38. Частично-рекурсивные и общерекурсивные функции. Тезис Черча.
39. Нормальные алгоритмы Маркова (марковские подстановки, схема нормального алгоритма, применение нормальных алгоритмов к словам). Пример нормального алгоритма.
40. Эффективно вычислимые функции. Уточнение понятия алгоритма посредством нормально вычислимых функций. Принцип нормализации Маркова.
41. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
42. Современные направления развития математической логики. Модальные логики.
43. Нечеткие множества и нечеткая логика.
44. Теория сложности вычислений. Понятие сложности вычислений.
45. Развитие теории сложности вычислений.

6.2. Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок

Форма контроля	Показатели оценивания	Критерии выставления оценок	Шкала оценивания
Экзамен	правильность и полнота ответа;	дан правильный, полный ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; могут быть допущены недочеты, исправленные самостоятельно в процессе ответа.	Отлично
		дан правильный, недостаточно полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи; могут быть допущены недочеты, исправленные с помощью преподавателя.	Хорошо
		дан недостаточно правильный и полный ответ; логика и последовательность изложения имеют нарушения; в ответе отсутствуют выводы.	Удовлетворительно
		ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу; присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения; дополнительные и уточняющие вопросы не приводят к коррекции ответа на вопрос.	Неудовлетворительно

7. Ресурсное обеспечение дисциплины.

7.1. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

1. Astra Linux Common Edition релиз Орел - операционная систем общего назначения. Лицензия N°217800111-ore-2.12-client-6196.
2. Astra Linux Special Edition - операционная система общего назначения. Лицензия N°217800111-alse-1.7-client-medium-x86_64-0-14545.
3. Astra Linux Special Edition - операционная система общего назначения. Лицензия N°217800111-alse-1.7-client-medium-x86_64-0-14544.

7.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Портал открытых данных Российской Федерации <https://data.gov.ru/> (свободный доступ).
2. Федеральный портал «Российское образование» <http://www.edu.ru> (свободный доступ).
3. Система официального опубликования правовых актов в электронном виде <http://publication.pravo.gov.ru> (свободный доступ).
4. Электронная библиотека университета <http://elib.igps.ru> (авторизованный доступ).
5. Электронно-библиотечная система «ЭБС» IPR BOOKS» <http://www.iprbookshop.ru> (авторизованный доступ).
6. Электронно-библиотечная система «Лань» <https://e.lanbook.com> (авторизованный доступ).

7.3. Литература

Основная литература:

1. Горюшкин, А. П. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник / А. П. Горюшкин. — Саратов : Вузовское образование, 2022. — 499 с. — ISBN 978-5-4487-0808-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/117296.html> (дата обращения: 27.02.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/117296>
2. Гамова, А. Н. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие для студентов механико-математического факультета и факультета компьютерных наук и информационных технологий / А. Н. Гамова. — 4-е изд. — Саратов : Издательство Саратовского университета, 2020. — 91 с. — ISBN 978-5-292-04649-3. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/106266.html> (дата обращения: 27.02.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

Дополнительная литература:

1. Шмырин, А. М. Лекции по дискретной математике и математической логике : учебное пособие / А. М. Шмырин, И. А. Седых. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 160 с. — ISBN 978-5-88247-714-0. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/55636.html> (дата обращения: 27.02.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.
2. Велигура, А. Н. Комбинаторика и теория графов для

кибербезопасности. Конспект лекций : учебное пособие / А. Н. Велигура. — Москва : Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», 2021. — 200 с. — ISBN 978-5-7262-2836-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/125492.html> (дата обращения: 27.02.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Косовская, Т. М. Алгоритмы и анализ их сложности : учебное пособие / Т. М. Косовская. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2023. — 116 с. — ISBN 978-5-4497-1855-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/125589.html> (дата обращения: 27.02.2025). — Режим доступа: для авторизир. пользователей. - DOI: <https://doi.org/10.23682/125589>

7.4. Материально-техническое обеспечение

Для проведения и обеспечения занятий используются помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: автоматизированное рабочее место преподавателя, маркерная доска, мультимедийный проектор, документ-камера, посадочные места обучающихся.

Помещения для практических занятий и самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой из расчета 1 компьютер на одного обучающегося, с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

Автор: кандидат технических наук, профессор Гвоздик Михаил Иванович.