

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский университет
Государственной противопожарной службы МЧС России»**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

**Бакалавриат по направлению подготовки
27.03.03 Системный анализ и управление
направленность (профиль) «Системный анализ и управление в
организационно-технических системах»**

Санкт-Петербург

1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

– овладение методами математического познания и методологией работы с математическими объектами для решения профессионально-ориентированных задач в области системного анализа и управления в организационно-технических системах.

Перечень компетенций, формируемых в процессе изучения дисциплины

Компетенции	Содержание
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов естественных наук и математики
ОПК-2	Способен формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических и естественно-научных дисциплин (модулей)

Задачи дисциплины:

– формирование представления об основных понятиях и методах теории дифференциальных и интегральных уравнений с целью использования положений, законов и методов математики при решении задач профессиональной деятельности в области системного анализа и управления;

– формирование умений, связанных со способностью применения аппарата теории дифференциальных и интегральных уравнений для формирования научно-обоснованных решений в области системного анализа и управления в организационно-управленческих системах, на основе знаний профильных разделов математических дисциплин.

2. Перечень планируемых результатов обучения дисциплины, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
Способен решать задачи управления (анализа) в организационно-технических системах, выделяя базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи ОПК-1.1	Знает основные понятия, относящиеся к дифференциальным уравнениям первого и высших порядков, а также к системам дифференциальных уравнений, к интегральным уравнениям, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, позволяющие решать поставленные задачи управления (анализа) в организационно-технических системах, выделяя базовые составляющие, осуществляя декомпозицию задачи
	Умеет использовать дифференциальные уравнения первого и высших порядков, системы дифференциальных уравнений, интегральные уравнения, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, применяя методы решения задач управления (анализа) в организационно-технических системах, выделяя базовые составляющие, осуществляя декомпозицию задачи

<p>Применяет методы анализа профессиональных задач, умеет выбирать возможные варианты решения задачи управления в организационно-технических системах, оценивая их достоинства и недостатки ОПК-1.2</p>	<p>Знает</p> <p>основные понятия, относящиеся к дифференциальным уравнениям первого и высших порядков, а также к системам дифференциальных уравнений, к интегральным уравнениям, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, позволяющие осуществлять решение задач управления в организационно-технических системах, оценивая их достоинства и недостатки</p>
	<p>Умеет</p> <p>принимать научно-обоснованные решения, используя дифференциальные уравнения первого и высших порядков, а также системы дифференциальных уравнений и интегральные уравнения, в том числе уравнения Фредгольма и Вольтерра, осуществляя критический анализ проблемных ситуаций для решения задач управления в организационно-технических системах, оценивая их достоинства и недостатки</p>
<p>Формулирует задачи в области управления в организационно-технических системах ОПК-2.1</p>	<p>Знает</p> <p>основные понятия, относящиеся к дифференциальным уравнениям первого и высших порядков, а также к системам дифференциальных уравнений, к интегральным уравнениям, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, позволяющие формулировать задачи профессиональной деятельности на основе знаний профильных разделов математических дисциплин в области управления в организационно-технических системах</p>
	<p>Умеет</p> <p>использовать дифференциальные уравнения первого и высших порядков, а также системы дифференциальных уравнений, интегральные уравнения, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, при формулировании задач профессиональной деятельности в области управления в организационно-технических системах</p>
<p>Грамотно и аргументированно формирует собственные суждения и оценки на основе знаний по профильным разделам математических и естественно-научных дисциплин ОПК-2.2</p>	<p>Знает</p> <p>основные понятия, относящиеся к дифференциальным уравнениям первого и высших порядков, а также к системам дифференциальных уравнений, к интегральным уравнениям, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, используемые для грамотного и аргументированного формирования собственных суждений и оценки на основе знаний по профильным разделам математических дисциплин</p>
	<p>Умеет</p> <p>использовать дифференциальные уравнения первого и высших порядков, а также системы дифференциальных уравнений, интегральные уравнения, включая уравнения Фредгольма и Вольтерра, при грамотном и аргументированном формировании собственных суждений и оценок на основе знаний по профильным разделам математических дисциплин</p>

3. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы бакалавриата по направлению подготовки 27.03.03 Системный анализ и управление, направленность (профиль) «Системный анализ и управление в организационно-технических системах».

4. Структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

4.1. Распределение трудоемкости учебной дисциплины по видам работ по семестрам и формам обучения

для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	з.е.	час.	по семестрам
			4
Общая трудоемкость дисциплины по учебному плану	3	108	108
Контактная работа, в том числе:		54	54
Аудиторные занятия		54	54
Лекции (Л)		24	24
Практические занятия (ПЗ)		30	30
Самостоятельная работа (СРС)		54	54
Зачет с оценкой		+	+

4.2. Тематический план, структурированный по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

для очной формы обучения

№ п/п	Наименования тем	Всего часов	Количество часов по видам занятий			Консультации	Самостоятельная работа	Контроль	Примечание
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Раздел 1. Дифференциальные уравнения									
1.	Обыкновенные дифференциальные	16	4	6			8		

	уравнения первого порядка								
2.	Дифференциальные уравнения высших порядков	16	4	6			8		
3.	Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	22	6	4			10		
4.	Системы дифференциальных уравнений	16	2	4			8		
Раздел 2. Интегральные уравнения									
5.	Понятие об интегральных уравнениях	14	4	2			8		
6.	Интегральные уравнения Фредгольма	14	2	2			6		
7.	Интегральные уравнения Вольтерра	10	2	6			6		
Зачет с оценкой				+			+		
Итого по дисциплине		108	24	30			54		

4.3. Содержание дисциплины для обучающихся:

очной формы обучения

Раздел 1. Дифференциальные уравнения

Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка

Лекции. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ) 1-го порядка. Задача Коши, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности. Общее решение. Понятие об особых решениях.

ДУ с разделяющимися переменными, однородные, линейные и к ним приводящиеся. ДУ в полных дифференциалах. Понятие об интегрирующем множителе. ДУ Лагранжа и Клеро.

Практическое занятие. Методы решения дифференциальных уравнений 1-го порядка. Выполнение расчетно-графической работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка» (РГР).

Практическое занятие. Практико-ориентированные задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям 1-го порядка и их системам. Выполнение расчетно-графической работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка» (РГР).

Самостоятельная работа. ДУ с разделяющимися переменными. ДУ Лагранжа и Клеро. Решение дифференциальных уравнений 1-го порядка. Выполнение расчетно-графической работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка» (РГР). Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2];

дополнительная [1, 2].

Тема 2. Дифференциальные уравнения высших порядков

Лекция. Понятие о ДУ n -го порядка. Задача Коши, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности. Частное и общее решение ДУ n -го порядка. ДУ вида: $y^{(n)} = f(x)$. ДУ вида: $F(x, y', y'') = 0$. ДУ вида: $F(y, y', y'') = 0$.

Практическое занятие. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка, однородные относительно искомой функции и ее переменных. Выполнение расчетно-графической работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков» (РГР).

Практическое занятие. Практико-ориентированные задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям высших порядков. Задача Коши. Выполнение расчетно-графической работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков» (РГР).

Самостоятельная работа. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Решение ДУ высших порядков. Выполнение расчетно-графической работы «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков» (РГР). Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2].

Тема 3. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков

Лекции. Понятие о линейной зависимости и независимости решений ДУ. Теорема о структуре общего решения линейного однородного ДУ. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ.

Линейные однородные ДУ (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами. Линейные ДУ, приводящиеся к ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные ДУ (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.

Практическое занятие. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

Практическое занятие. Линейные дифференциальные уравнения n -ного порядка с постоянными коэффициентами.

Самостоятельная работа. Решение линейных дифференциальных уравнений 2-го порядка. Решение линейных дифференциальных уравнений высших порядков. Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2].

Тема 4. Системы дифференциальных уравнений

Лекция. Нормальные системы ДУ. Сведение к ДУ n -го порядка. Линейные системы ДУ, методы их решения.

Практическое занятие. Методы решения систем дифференциальных уравнений. Выполнение расчетно-графической работы «Системы дифференциальных уравнений» (РГР).

Практическое занятие. Проверочная работа по теме:

«Дифференциальные уравнения».

Самостоятельная работа. Системы дифференциальных уравнений. Решение комплексных задач. Выполнение расчетно-графической работы «Системы дифференциальных уравнений» (РГР). Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2].

Раздел 2. Интегральные уравнения

Тема 5. Понятие об интегральных уравнениях

Лекция. Пространства L_2 .

Практическое занятие. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

Самостоятельная работа. Решение простейших интегральных уравнений. Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2].

Тема 6. Интегральные уравнения Фредгольма

Лекция. Линейные интегральные преобразования. Линейные интегральные уравнения Фредгольма. Собственные значения и функции оператора Фредгольма.

Практическое занятие. Виды интегральных уравнений Фредгольма. Собственные значения и функции оператора Фредгольма.

Самостоятельная работа. Решение комплексных задач. Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2].

Тема 7. Интегральные уравнения Вольтерра

Лекция. Интегральные уравнения Вольтерра первого рода. Интегральные уравнения Вольтерра второго рода. Связь уравнений Вольтерра с уравнениями Фредгольма. Интегральные уравнения, содержащие параметр.

Практическое занятие. Интегральные уравнения Вольтерра.

Самостоятельная работа. Интегральные уравнения Вольтерра. Написание реферата.

Рекомендуемая литература:

основная [1, 2, 3];

дополнительная [1, 2].

5. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

При реализации программы дисциплины используются лекционные и практические занятия.

Общими целями занятий являются:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление теоретических знаний по конкретным темам дисциплины;
- формирование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;
- выработка при решении поставленных задач профессионально значимых качеств: самостоятельности, ответственности, точности, творческой инициативы.

Целями лекции являются:

- формирование систематизированных научных знания по дисциплине с акцентом внимания на наиболее сложных вопросах;
- стимулирование активной познавательной деятельности обучающихся, способствующей формированию их творческого мышления.

В ходе практического занятия обеспечивается процесс активного взаимодействия обучающихся с преподавателем; приобретаются практические навыки и умения. Цель практического занятия: углубить и закрепить знания, полученные на лекции, формирование навыков использования знаний для решения практических задач; выполнение тестовых заданий по проверке полученных знаний и умений.

Самостоятельная работа обучающихся направлена на углубление и закрепление знаний, полученных на лекциях и других занятиях, выработку навыков самостоятельного активного приобретения новых, дополнительных знаний, подготовку к предстоящим занятиям и на развитие творческого потенциала при выполнении расчетно-графических работ (РГР) и написании рефератов.

6. Оценочные материалы по дисциплине

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины, проводится в соответствии с содержанием дисциплины по видам занятий в форме опроса, решения задач, тестирования, выполнения расчетно-графических работ, написания рефератов.

Промежуточная аттестация обеспечивает оценивание промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине, проводится в форме зачета с оценкой.

6.1. Примерные оценочные материалы:

6.1.1. Текущего контроля

Примерные вопросы для опроса:

1. Что называется обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка? Какие методы решения существуют для решения дифференциальных уравнений первого порядка?
2. Метод решения уравнения Лагранжа.
3. Метод решения уравнения Клеро.
4. Решение дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка.
5. Решение ДУ высших порядков.
6. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения 2 порядка.
7. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка.
8. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения 2 порядка.
9. Сформулируйте алгоритм решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка.
10. Дайте определение системы дифференциальных уравнений.
11. Перечислите методы решения систем.
12. Какие уравнения называются интегральными уравнениями.
13. Методы решений простейших интегральных уравнений.
14. При каких условиях можно свести решение уравнения Фредгольма к решению дифференциального уравнения.
15. Сформулируйте методы решения интегральных уравнений Фредгольма.
16. Дайте определение Уравнению Фредгольма 2 рода
17. Перечислите методы решения уравнений Фредгольма.
18. Дайте определение уравнению Фредгольма 1 рода.
19. Дайте определение Уравнению Вольтерра 2 рода.
20. Перечислите методы решения уравнений Вольтерра.

Примерные темы для рефератов:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения 1 порядка в решении экономических задач.
2. Использование обыкновенных дифференциальных уравнений в теории распространения пожара.
3. Начальные условия для дифференциальных уравнений для различных стадий распространения пожара.
4. Дифференциальные и разностные уравнения, используемые при описании чрезвычайных ситуаций техногенного характера.
5. Использование дифференциальных и разностных уравнений при описании природных явлений.
6. История математического моделирования физических процессов с использованием дифференциальных уравнений.

7. Прогнозирование опасных факторов пожара с помощью дифференциальных и интегральных уравнений.

8. Применение дифференциальных уравнений в различных областях науки и техники.

9. Математическое моделирование с помощью дифференциальных и интегральных уравнений в информационном обеспечении МЧС.

10. Математическое моделирование с помощью дифференциальных и интегральных уравнений в логистике запасов.

11. Интегральные уравнения Фредгольма: методы решения и их использование в науке и технике.

12. Уравнения Вольтерра: методы решения и их использование в науке и технике.

13. Использование интегральных уравнений в физике.

14. Системы дифференциальных уравнений с параметром.

15. Составление дифференциальных уравнений для определения вероятностей состояний сложных систем.

16. Использование дифференциальных и интегральных уравнений при принятии управленческих решений.

17. Использование современных компьютерных программ при решении дифференциальных уравнений.

Примерные темы для РГР:

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка (РГР).
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков (РГР).
3. Системы дифференциальных уравнений (РГР).

Примерные задания для РГР:

Задания для РГР «Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка» (РГР)

Решить данные дифференциальные уравнения:

Вариант 1

1. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0, \quad y(0) = 1.$

2. $y'(x+y-3)^2 = 1.$

3. $x dy - y dx = y dy.$

4. $y'x + 2y = 3x^2.$

5. $x \frac{dy}{dx} + y - x \cos x = 0, \quad y(\pi) = 0.$

6. $y' - \frac{2y}{x+1} = \frac{y^3}{(x+1)^2}.$

$$7. \quad (3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2y + 4y^3)dy = 0$$

Вариант 2

1. $e^{-y}(1 + y') = 1, \quad y(0) = 1.$
2. $y' - 2 = \frac{1}{\sin^2(y - 2x + 3)}.$
3. $y - xy' = x + yy'.$
4. $(2x - y^2)dy = 2ydx.$
5. $\cos y dx = (1 - x \sin y)dy, \quad y(0) = 0.$
6. $y' + 2y \operatorname{ctg} x = y^2 \cos^2 x.$
7. $(x + y)dx + (x + 2y)dy = 0.$

Задания для РГР «Обыкновенные дифференциальные уравнения высших порядков» (РГР)

Вариант 1

Решить данные дифференциальные уравнения:

1. $y'' = \frac{\ln x}{x^2}, \quad y(1) = 0, \quad y'(1) = 1.$
2. $2y'' = 3y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$
3. $y'' - 10y' + 25y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -1.$
4. $y'' - 4y = (2x + 1)e^{-2x}.$
5. $y'' - 2y' + y = e^x \sin x.$
6. $y'' - 4y' + 8y = \sin 2x + 5x \cos 2x.$
7. $y''' - 6y'' + 10y' = 15x^2 + e^{-x}.$
8. $y'' + 4y' + 3y = \frac{1}{e^{3x} + e^{5x}}.$
9. По данным корням характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения, найти это дифференциальное уравнение и записать его общее решение. Для соответствующего неоднородного уравнения с данной функцией $f(x)$ в правой части записать общий вид частного решения неоднородного уравнения:
 $k_1 = 1, \quad k_2 = -3, \quad k_3 = 4, \quad k_{4,5} = 1 \pm 4i$

$$f(x) = (e^{2x} - 3e^{-2x})^2 + 2x \sin 2x + \cos x.$$

Вариант 2

1. $y'' = \sqrt{1 + (y')^2}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$.
2. $2xy'y'' = (y')^2 - 1$.
3. $y'' - 6y' + 9y = 0$ $y(0) = -2$, $y'(0) = -1$.
4. $y'' + 2y' + y = e^{-x}$.
5. $2y'' + 3y' - 2y = (x - 1) \sin x$.
6. $y'' - y' + 10y = e^x \sin 2x$.
7. $y''' - y'' - 2y' = 2x - 1 + e^{2x}$.
8. $y'' - 4y' + 3y = \frac{8e^{4x}}{1 + 4e^{2x}}$.
9. По данным корням характеристического уравнения некоторого линейного однородного дифференциального уравнения, найти это дифференциальное уравнение и записать его общее решение. Для соответствующего неоднородного уравнения с данной функцией $f(x)$ в правой части записать общий вид частного решения неоднородного уравнения:
 $k_1 = 2$, $k_2 = -2$, $k_3 = 0$, $k_{4,5} = 3 \pm 2i$
 $f(x) = x(x + e^x + e^{2x}) + (e^x + e^{3x}) \cos 2x$.

Задания для РГР «Системы дифференциальных уравнений» (РГР)

Вариант 1

1. Решить данную систему дифференциальных уравнений. Исследовать положение равновесия $O(0;0)$ на устойчивость. Определить тип положения равновесия и изобразить фазовый портрет.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \frac{dy}{dt} + 7x + 5y = 0. \end{cases}$$

2. Убедиться, что $O(0;0)$ - положение равновесия. Исследовать на устойчивость положение равновесия по первому приближению. Определить тип положения равновесия в окрестности точки $O(0;0)$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \ln(2y + e^{-3x}) - y \cos x, \\ \frac{dy}{dt} = \operatorname{tg}(2y - 2x) + y^2 - 3y. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Решить данную систему дифференциальных уравнений. Исследовать положение равновесия $O(0;0)$ на устойчивость. Определить тип положения равновесия и изобразить фазовый портрет.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y - x, \\ \frac{dy}{dt} + 3x + 5y = 0. \end{cases}$$

2. Убедиться, что $O(0;0)$ - положение равновесия. Исследовать на устойчивость положение равновесия по первому приближению. Определить тип положения равновесия в окрестности точки $O(0;0)$.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = e^{3x-2y} - \cos 2x - 2x + 3y, \\ \frac{dy}{dt} = \ln(3y - x^2 + 1) + \operatorname{tg}^2 x - x. \end{cases}$$

Примерные задачи:

1. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $y' - x^2 = 3$.

2. Найти частное решение уравнения $y' = \frac{2x}{y}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$.

3. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка $y' - \frac{7y}{x} = x^8$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения третьего порядка $y''' = \sin(x+2)$.

5. Найти общее решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' + \frac{y'}{x} = x^2$.

6. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' - \frac{3y'}{x} = 0$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 1$, $y'(1) = 4$.

7. Найти общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' - 4y' + 5y = 0$.

8. Найти общее решение линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' - 7y' = 20e^{5x}$.

9. Найти общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения $xy' + y = -xy^2$.

10. Найти общее решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $xuy' = 1 - x^2$.

11. Найти общий интеграл (общее решение) дифференциального уравнения $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$.

12. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка $xy' + y = y^2$.

13. Решить уравнение $y' + y \cdot \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$.

14. Решить уравнение $y' - \frac{2y}{x+1} = (x+1)^3$.

15. Решить уравнение $xy' - \frac{y}{x+1} = x$.

16. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка $(1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2$.

17. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка $x(y' - y) = (1+x^2)e^x$.

18. Решить уравнение $xy' \ln x = y + \ln x$.

19. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка $y' - y \operatorname{tg} x + y^2 \cos x = 0$.

20. Решить уравнение $y' + 2xy = 2xy^2$.

Примерные задания для тестирования:

Вопрос 1. Какое из перечисленных уравнений не является дифференциальным уравнением?

1) $y' + ye^x = \operatorname{tg} 3x$

2) $y = x^2 + 1$

3) $2yy' = 1$

Вопрос 2. Сколько частных решений имеет уравнение $xy' = y + x$?

- 1) 2
- 2) 7
- 3) бесконечное множество

Вопрос 3. Сколько общих решений имеет уравнение $xy' = y$?

- 1) 1
- 2) 2
- 3) 100

Вопрос 4. Дифференциальное уравнение n -го порядка?

- 1) содержит n производных от первой производной до производной n -го порядка
- 2) не может содержать производную $(n - 1)$ -го порядка
- 3) всегда содержит производную n -го порядка

Вопрос 5. Какое из перечисленных уравнений не является дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными?

- 1) $y' = \frac{x+1}{xy}$
- 2) $y' - \frac{2y}{x} = x^4$
- 3) $y' = 10^{x-y}$

Вопрос 6. Какое из перечисленных уравнений не является уравнением в полных дифференциалах?

- 1) $(2xy - 5)dx + (3y^2 + x^2)dy = 0$
- 2) $xy' - y = x^3 \sin x$
- 3) $(x - \cos y)dx + (x \sin y + \cos y)dy = 0$

Вопрос 7. Дано дифференциальное уравнение $y' = (2k - 2)x^3$, тогда функция $y = x^4 - 3$ является его решением при k , равном

- 1) 0
- 2) 1
- 3) 2

Вопрос 8. Частным решением дифференциального уравнения $y' = 2x$, удовлетворяющее начальным условиям $y_0 = 1$, $x_0 = 2$, является

- 1) $y = x^2 - 3$
- 2) $y = x^2 + 1$
- 3) $y = x^2$

Вопрос 9. Какие из перечисленных уравнений не являются дифференциальными уравнениями второго порядка?

- 1) $y'' + 3y = 0$
- 2) $y' + xy = x^2$
- 3) $y' - y = y''$

Вопрос 10. Какой вид имеет дифференциальное уравнение второго порядка?

- 1) $y^2 = f(x; y; y')$
- 2) $F(x; y; y'; y'') = 0$
- 3) $f(x; y; y') = 0$

Вопрос 11. Функция $f(z)$ называется мероморфной, если она может быть представлена

- 1) в виде разности двух целых функций
- 2) в виде произведения двух целых функций
- 3) в виде частного двух целых функций

Вопрос 12. Изолированная особая точка $z = a$ называется полюсом функции $f(z)$, если

- 1) предел этой функции в данной точке равен бесконечности
- 2) предел этой функции в данной точке равен нулю
- 3) предел этой функции в данной точке является вещественным

числом

Вопрос 13. Какой вид имеет общее решение дифференциального уравнения второго порядка?

- 1) $y = \varphi(x; C_1; C_2)$
- 2) $y = \varphi(x; C_1; C_2; C_3)$
- 3) $y' = \varphi(x; C_1; C_2)$

Вопрос 14. Если характеристическое уравнение $k^2 + pk + q = 0$ имеет два различных действительных корня, то общее решение уравнения $y'' + py' + qy = 0$ имеет вид

- 1) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$
- 2) $y = C_1 e^{kx} + C_2 e^{kx}$
- 3) $y = e^{\alpha x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x)$

Вопрос 15. Найдите общее решение линейного дифференциального уравнения $y'' + 3y' = 0$

1. $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

2) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$

3) $y = C_1 + C_2 e^{-3x}$

Вопрос 16. Общим решением дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 3y = 0$ является

1) $y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{-3x}$

2) $y = C_1 e^x + C_2 x e^{3x}$

3) $y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$

Вопрос 17. Дифференциальное уравнение семейства интегральных кривых $y = C_1 e^x + C_2 x e^x$ имеет вид

1) $y'' - y' = 0$

2) $y'' - y' + y = 0$

3) $y'' + 2y' + y = 0$

Вопрос 18. Сходящиеся в себе последовательности называются

1) конечными

2) фундаментальными

3) функциональными

Вопрос 19. Функция $f(z)$ комплексного переменного z , дифференцируемая в каждой точке области G плоскости комплексного переменного z , называется

1) аналитической

2) рестриктивной

3) фундаментальной

Вопрос 20. Функция $f(z)$, аналитическая во всей плоскости (исключая бесконечно удаленную точку), называется

1) целой

2) фундаментальной

3) конечной

6.1.2. Промежуточной аттестации

Примерный перечень вопросов, выносимых на зачет с оценкой

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ) 1-го порядка.

2. Задача Коши, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности. Общее решение.

3. Понятие об особых решениях.

4. ДУ с разделяющимися переменными.

5. Однородные, линейные и к ним приводящиеся ДУ.

6. ДУ в полных дифференциалах. Понятие об интегрирующем множителе.
7. ДУ Лагранжа и Клеро.
8. Понятие о ДУ n -го порядка.
9. Задача Коши для ДУ n -го порядка, её геометрический смысл. Теорема существования и единственности.
10. Частное и общее решение ДУ n -го порядка.
11. ДУ вида: $y^{(n)} = f(x)$.
12. ДУ вида: $F(x, y', y'') = 0$.
13. ДУ вида: $F(y, y', y'') = 0$.
14. Понятие о линейной зависимости и независимости решений.
15. Теорема о структуре общего решения линейного однородного ДУ.
16. Теорема о структуре общего решения линейного неоднородного ДУ.
17. Линейные однородные ДУ (ЛОДУ) с постоянными коэффициентами.
18. Линейные ДУ, приводящиеся к ЛОДУ с постоянными коэффициентами Лиувилля.
19. Линейные неоднородные ДУ (ЛНДУ) с постоянными коэффициентами.
20. Метод вариации произвольных постоянных.
21. Нормальные системы ДУ. Сведение к ДУ n -го порядка.
22. Линейные системы ДУ, методы их решения.
23. Примеры физических задач, приводящих к интегральным уравнениям.
24. Линейные интегральные преобразования.
25. Линейные интегральные уравнения Фредгольма.
26. Собственные значения и функции оператора Фредгольма.
27. Интегральные уравнения Вольтерра первого рода.
28. Интегральные уравнения Вольтерра второго рода.
29. Связь уравнений Вольтерра с уравнениями Фредгольма.
30. Интегральные уравнения, содержащие параметр.

6.2. Шкала оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок

Система оценивания включает:

Форма контроля	Показатели оценивания	Критерии выставления оценок	Шкала оценивания
зачет с оценкой	правильность и полнота ответа	дан правильный, полный ответ на поставленный вопрос, показана совокупность осознанных знаний по дисциплине, доказательно раскрыты основные положения вопросов; могут быть допущены недочеты, исправленные самостоятельно в процессе ответа.	отлично
		дан правильный, недостаточно полный ответ на поставленный вопрос, показано	хорошо

	умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи; могут быть допущены недочеты, исправленные с помощью преподавателя.	
	дан недостаточно правильный и полный ответ; логика и последовательность изложения имеют нарушения; в ответе отсутствуют выводы.	удовлетворительно
	ответ представляет собой разрозненные знания с существенными ошибками по вопросу; присутствуют фрагментарность, нелогичность изложения; дополнительные и уточняющие вопросы не приводят к коррекции ответа на вопрос.	неудовлетворительно

7. Ресурсное обеспечение дисциплины

7.1. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства:

Microsoft Windows 7 Professional – ПО-BE8-834 [Лицензионное]

Microsoft Office Standard 2010 – ПО-413-406 [Лицензионное]

7-Zip – ПО-F33-948 [Свободно распространяемое]

Adobe Acrobat Reader – ПО-F63-948 [Свободно распространяемое]

Google Chrome – ПО-F2C-926 [Свободно распространяемое]

МойОфис Образование – ПО-41В-124 [Свободно распространяемое - Отечественное]

7.2. Профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/>, доступ только после самостоятельной регистрации

2. Научная электронная библиотека «eLIBRARY.RU» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/>, доступ только после самостоятельной регистрации

3. Справочная правовая система «КонсультантПлюс: Студент» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://student.consultant.ru/>, свободный доступ

4. Информационно-правовой портал «Гарант» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.garant.ru/>, свободный доступ

7.3. Литература

Основная:

1. Сабитов, Камиль Басирович. Функциональные, дифференциальные и интегральные уравнения [Текст]: учебное пособие: [гриф УМО] / К. Б. Сабитов, 2005. - 671 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?&type=card&cid=ALSFR-5b833a0d-4a03-4d74-94db-ec953f37efd6>

2. Гусак А. А. Математический анализ и дифференциальное уравнение. Примеры и задачи [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Гусак А. А., 2011. - 415 с. Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/28122.html>

3. Еременко, Сергей Петрович. Дифференциальные и интегральные уравнения [Текст]: учебное пособие: [гриф УМО] / С. П. Еременко, Е.С. Калинина, А. В. Сайфудинова; ред. Э. Н. Чижиков, 2019. - 224 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?29&type=card&cid=ALSFR-fd1613f9-1878-4a3f-92e5-3392343899d7&remote=false>

Дополнительная:

1. Калинина, Елена Сергеевна. Практикум по обыкновенным дифференциальным уравнениям [Текст]: учебное пособие / Е. С. Калинина, А.В. Сайфудинова; ред. Э. Н. Чижиков, 2017. - 248 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?112&type=card&cid=ALSFR-d4cbd95a-5cfc-41a4-9abc-88095eed5606&remote=false>

2. Теория и практика вычислений неопределенных и определенных интегралов [Текст]: учебное пособие: [гриф УМО] / С. П. Еременко [и др.]; ред. Э. Н. Чижиков, 2019. - 164 с. Режим доступа: <http://elib.igps.ru/?31&type=card&cid=ALSFR-d5238fe2-454d-497d-b5a6-4f23de76872a&remote=false>

7.4. Материально-техническое обеспечение

Для проведения и обеспечения занятий используются помещения, которые представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой магистратуры, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: автоматизированное рабочее место преподавателя, маркерная доска, мультимедийный проектор, посадочные места обучающихся.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде университета.

Авторы: д-р. техн. наук, профессор Волокобинский М.Ю.; канд. пед. наук, доцент Трофимец Е.Н.